(continuación)

18	1,330	1,734	2,101	2,552	2,878	3,922
19	1,328	1,729	2,093	2,539	2,681	3,883
20	1,325	1,725	2,086	2,528	2,845	3,850
21	1,323	1,721	2,080	2,518	2,831	3,819
22	1,321	1,717	2,074	2,508	2,819	3,792
23	1,319	1,714	2,069	2,500	2,807	3,767
24	1,318	1,711	2,064	2,492	2,797	3,745
25	1,316	1,708	2,060	2,485	2,787	3,725
26	1,315	1,706	2,056	2,479	2,779	3,707
27	1,314	1,703	2,052	2,473	2,771	3,690
28	1,313	1,701	2,048	2,467	2,763	3,674
29	1,311	1,699	2,045	2,462	2,756	3,659
30	1,310	1,697	2,042	2,457	2,750	3,646
40	1,303	1,684	2,021	2,423	2,704	3,551
60	1,296	1,671	2,000	2,390	2,660	3,460
120	1,289	1,658	1,980	2,358	2,617	3,373
∞	1,282	1,645	1,960	2,326	2,576	3,291

Fuente: Esta tabla es un resumen de la Tabla III de Fisher y Yates: *Statistical Tables for Biological, Agricultural, and Medical Research*, obra publicada por Oliver & Boyd Ltd., Edimburgo.

2. Una inspectora de calidad, investiga las acusaciones contra una fábrica de cerveza, porque no llena bien sus envases, afirmando que contienen 35 onzas de líquido. Se muestrearon 28 latas de cerveza, encontrando un contenido medio de 33,2 onzas, con una desviación estándar de 2,2 onzas ¿Debe la inspectora llegar a la conclusión, al nivel del 5%, que se está exagerando su contenido?

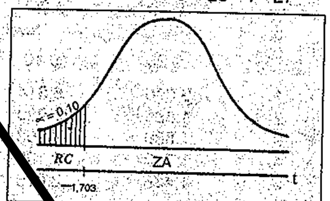
Solución: $n = 28$ $\quad \bar{x} = 33{,}2$ $\quad \hat{s} = 2{,}2$ $\quad \mu = 35$ $\quad \upsilon = 28 - 1 = 27$

a) $H_0 : \mu = 35$ $\qquad$ b) $\propto = 0{,}05$

$H_a : \mu < 35$ $\qquad s = \hat{s}\sqrt{\frac{n}{n-1}} = 2{,}2\sqrt{\frac{28}{27}} = 2{,}24$

c) $\hat{s} = 2{,}2$ $\qquad t = \frac{\bar{x} - \mu}{s / \sqrt{n}} = \frac{33{,}2 - 35}{2{,}24 / \sqrt{28}} = -4{,}25$

También $\quad t = \frac{\bar{x} - \mu}{\hat{s} / \sqrt{n-1}} = \frac{33{,}2 - 35}{2{,}2 / \sqrt{28-1}} = -4{,}25$



Obsérvese como se obtiene el valor del punto crítico, siendo $\propto = 0{,}05$ (nivel de significación); localizamos el 0,05 donde dice «prueba de una sola cola» y encontramos que equivale al 10% en las «pruebas de dos colas», es decir el doble; por lo tanto, siendo el grado de libertad de 27 ($28-1=27=\upsilon$) y $\propto=0{,}10$ el valor de "t" (punto crítico) será de 1,703 y como se localiza a la izquierda se le da signo negativo.

d) La respuesta es: al nivel del 5%, el inspector si puede llegar a la conclusión de que se está exagerando el llenado.

3. Un fabricante desea hacer público, a fin de aumentar sus ventas, que el contenido de nicotina de sus cigarrillos tiene un promedio inferior a los 22 mg. Una oficina gubernamental de salud y del medio ambiente, realiza un análisis de 10 cigarrillos y obtiene los contenidos de nicotina para cada uno, siendo de: 21, 24, 18, 16, 22, 23, 20, 20, 24, 16.

a) ¿Tiene justificación lo aseverado por el fabricante? $\qquad$ b) ¿Cuándo cometería un error de tipo I?

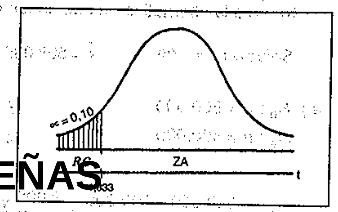
Solución: $n = 10$; $\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{204}{10} = 20{,}4$; $s = \sqrt{\frac{\sum x_i^2 - n\bar{x}^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{4.242 - 10(20{,}4)^2}{10-1}} = 2{,}99$

a) $H_0 : \mu = 22$ $\qquad$ b) $\propto = 0{,}05$

$H_a : \mu < 22$ $\qquad$ c) $s = 2{,}99$

$t = \frac{\bar{x}}{s / \sqrt{n}} = \frac{20{,}4 - 22}{2{,}99 / \sqrt{10}} = -1{,}69$

$\left\{ \begin{array}{l} \upsilon = n - 1 = 10 - 1 = 9 \\ \propto = 0{,}10 \quad t = 1{,}833 \end{array} \right.$



MUESTRAS PEQUEÑAS

(a) No hay justificación al nivel del 5%

(b) Aceptar que $\mu = 22$ mg, cuando el contenido de nicotina es en realidad diferente

Ejercicios resueltos

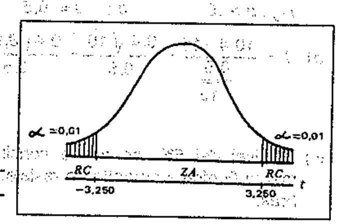
1. Una muestra aleatoria de 10 vigas de acero tiene una resistencia media a la compresión de 57.498 libras por pulgada cuadrada (l.p.c.) con una desviación típica de 539 l.p.c. Docimar la hipótesis de que la verdadera resistencia media a la compresión de las vigas de acero de las que se extrajo la muestra es $\mu = 57.000$. Utilizar la alternativa bilateral $\mu \neq 57.000$ y un nivel de significación del 1%.

Solución: $n = 10$ $\quad \bar{x} = 57.498$ $\quad \hat{s} = 539$ $\quad \upsilon = 10 - 1 = 9$ $\quad \mu = 57.000$

a) $H_0 : \mu = 57.000$ $\qquad$ b) $\propto = 1\%$

$H_a : \mu \neq 57.000$ $\qquad$ c) $\hat{s} = 539$

d) $t = \frac{57.498 - 57.000}{539 / \sqrt{10-1}} = \frac{498(3{,}00)}{539} = 2{,}77$



e) Aceptamos que $\mu = 57.000$, es decir, que es la verdadera resistencia media a la compresión de las vigas de acero, con un nivel de significación del 1%.

Nota: se trabajó con "t" debido a que n es pequeña y se da s la desviación típica de la muestra.

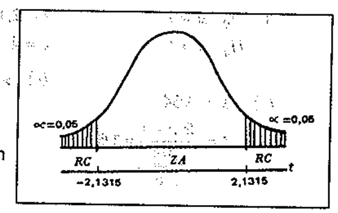
2. Un fabricante de ciertas piezas de proyectiles sostiene que, en condiciones normales de operación, tienen una duración media $\mu = 320$ horas. Docimar esta afirmación frente a la alternativa $\mu \neq 320$, si 16 piezas duran un promedio de 308 horas con una desviación estándar de 29 horas. Utilizar un nivel de significación del 5%.

Solución: $\mu = 320$ $\quad n = 16$ $\quad \bar{x} = 308$ $\quad \hat{s} = 29$ $\quad \propto = 5\%$ $\quad \upsilon = 15$

a) $H_0 : \mu = 320$ $\qquad$ b) $\propto = 0{,}05$

$H_a : \mu \neq 320$ $\qquad$ c) $\hat{s} = 29$

d) $t = \frac{308 - 320}{29 / \sqrt{15}} = \frac{-12(3{,}87)}{29} = -1{,}60$



e) Se ubica en la zona de aceptación, o sea que la duración promedio es de 320, a un nivel de significación del 5%.

3. Un estudio de 29 familias de una zona residencial de la ciudad de Managua, revela que el ingreso medio por familia durante 1996 fue de $508.000 con una desviación estándar de $16.000. Docimar la hipótesis de que el verdadero ingreso medio por familia en Managua durante 1996 fue de $500.000 frente a la alternativa de que no fue de $500.000. Utilizar un nivel de significación del 5%.

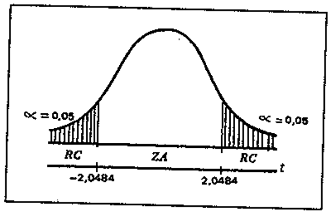
Solución: $n = 29$ $\quad \bar{x} = 508.000$ $\quad \hat{s} = 6.000$

a) $H_0 : \mu = 500.000$
$H_a : \mu \neq 500.000$

b) $\propto = 5\,\%$

c) $\hat{s} = 16.000$

d) $t = \dfrac{508.000 - 500.000}{16.000/\sqrt{28}} = \dfrac{8.000\sqrt{28}}{16.000} = 2{,}64$



e) se rechaza la hipotesis de que μ = 500.000, por lo tanto aceptamos que el verdadero ingreso medio por familias en la ciudad es diferente de $500.000, al nivel del 5%.

4. Un pescador decide que necesita un sedal que resista más de 10 libras si ha de capturar el tamaño de pescado que desea. Prueba 16 piezas de sedal de la marca G y halla una media muestral de 10,4. Si en la muestra se obtiene que la desviación típica es de 0,5 libras, ¿qué conclusión se puede sacar de la marca G.? (Nivel de significación del 5%).

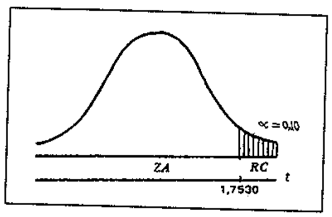
Solución: $\mu = 10$ $\quad n = 16$ $\quad \bar{x} = 10{,}4$ $\quad \hat{s} = 0{,}5$ $\quad \propto = 0{,}05$ $\quad v = 15$

a) $H_0 : \mu = 10$
$H_a : \mu > 10$

b) $\propto = 5\,\%$ $\quad v = 16 - 1 = 15$

c) $\hat{s} = 0{,}5$ $\quad t = 1{,}7530$

d) $t = \dfrac{10{,}4 - 10}{\dfrac{0{,}5}{\sqrt{15}}} = \dfrac{0{,}4\sqrt{15}}{0{,}5} = \dfrac{0{,}4\,(3{,}87)}{0{,}5} = 3{,}10$



e) Al nivel del 5%, se puede concluir que el sedal de la marca G ofrece garantía de resistencia superior a 10 libras.

5. Un jefe de personal está dispuesto a contratar una secretaria para ocupar un puesto a menos que ella cometa más de una equivocación por página mecanografiada. Se elige una muestra aleatoria de cinco páginas de las escritas por la aspirante. Las equivocaciones por página son: 3, 3, 4, 0, 1. Utilizando ∝ = 0,05, ¿qué decisión se debe tomar?

Solución: $\mu = 1$ $\quad \propto = 0{,}05$ $\quad n = 5$ $\quad \bar{x} = \dfrac{\Sigma x_i}{n} = 2{,}2$ $\quad s = \sqrt{\dfrac{\Sigma\left(x_i - \bar{x}\right)^2}{n-1}} = 1{,}64$

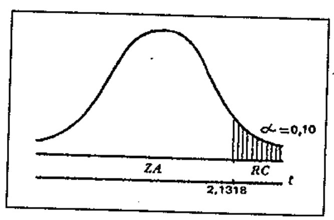
a) $H_0 : \mu = 1$
$H_a : \mu > 1$

$t = 2{,}1318$
$v = 4$

b) $\propto = 0{,}05$

c) $s = 1{,}64$

d) $t = \dfrac{2{,}2 - 1}{\dfrac{1{,}64}{\sqrt{5}}} = 1{,}63$



e) Se acepta la hipótesis nula, puede contratar a la aspirante al nivel del 5%.

6. Durante un período de 12 meses, el número de nacimientos de mellizos por mes registrados en un hospital son: 2, 0, 1, 1, 0, 0, 3, 2, 1, 1, 0, 1. ¿Contradicen estos resultados la hipótesis de que el promedio de nacimiento de mellizos es de 0,5 por mes? (5%).

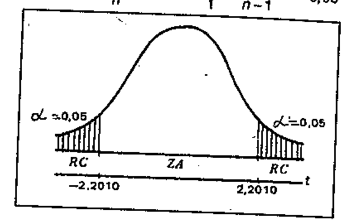
Solución: $\mu = 0{,}5$ $\quad n = 12;$ $\quad \propto = 0{,}05$ $\quad v = 12 - 1 = 11$ $\quad t = 2{,}2010$ $\quad \bar{x} = \dfrac{\Sigma x}{n} = 1$ $\quad s = \sqrt{\dfrac{\Sigma\left(x - \bar{x}\right)^2}{n-1}} = 0{,}95$

a) $H_0 : \mu = 0{,}5$
$H_a : \mu \neq 0{,}5$

b) $\propto = 0{,}05$

c) $s = 0{,}95$

d) $t = \dfrac{\bar{x} - \mu}{\dfrac{s}{\sqrt{n}}} = \dfrac{1 - 0{,}5}{\dfrac{0{,}95}{\sqrt{12}}} = 1{,}82$



e) Se acepta la hipótesis nula; puede considerarse que el promedio de nacimiento de mellizos por mes, es de 0,5.

7. Supongamos que una persona quiere tener desconectado su teléfono, si el promedio de llamadas que hace al día es menor de 2. Elige aleatoriamente 5 días y anota el número de llamadas, así: 0, 2, 1, 1, 2. Utilizando ∝ = 0,05, ¿debería retirar el teléfono?

Solución: $n = 5$ $\quad \propto = 0{,}05$ $\quad \mu = 2$ $\quad v = 4$ $\quad t = -2{,}1318$

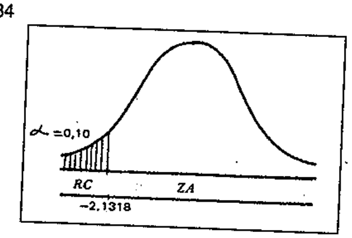
$\bar{x} = \dfrac{\Sigma x_i}{n} = \dfrac{6}{5} = 1{,}2$ $\quad s = \sqrt{\dfrac{\Sigma\left(x_i - \bar{x}\right)^2}{n-1}} = 0{,}84$

a) $H_0 : \mu = 2$
$H_a : \mu < 2$

b) $\propto = 0{,}05$

c) $s = 0{,}84$

d) $t = \dfrac{\bar{x} - \mu}{\dfrac{s}{\sqrt{n}}} = \dfrac{1{,}2 - 2}{\dfrac{0{,}84}{\sqrt{5}}} = \dfrac{-1{,}79}{0{,}84} = -2{,}13$



e) Se ubica −2,13 en la zona de aceptación, por lo tanto al nivel del 5%, no debería desconectar el teléfono. También por la cercanía al punto crítico (−2,1318) se podría no tomar ninguna decisión, es decir, omitir juicio.

Ejercicios para resolver

(ver respuestas al final del capítulo)

1. Un dispensador de gaseosas está diseñado para descargar 7 onzas. Si se selecciona una muestra de 16 vasos para medir su llenado, observando que el promedio es de 5,8 con una desviación de 1,6 onzas, ¿se puede concluir que la máquina no funciona correctamente?