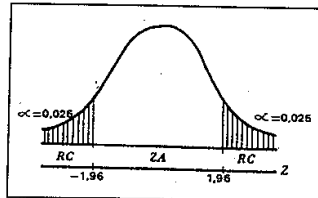


$$d) Z = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} = \frac{13,83 - 14}{\frac{0,5}{\sqrt{25}}} = \frac{-0,17}{0,5} = -0,34$$

- e) Al nivel del 5%, se puede aceptar lo ofrecido por la empresa de que el envase contiene 14 onzas de camarón.



18. En una ciudad se usan miles de bombillas cada año. La marca que se ha usado en el pasado tiene duración media de 1.000 horas, con una desviación típica de 100 horas. Se ofrece una marca a un precio mucho más bajo del que están pagando por la antigua. Deciden que se cambiarán a la nueva marca a menos que se demuestre que ésta no tiene una duración media, inferior a la de la bombilla anterior; el nivel de significación es del 5%. Como consecuencia, se prueba una muestra de 100 bombillas de la marca, obteniendo una duración media de 985 horas. Suponiendo que la desviación típica de la nueva marca es la misma que la antigua, ¿qué conclusión debería sacarse?

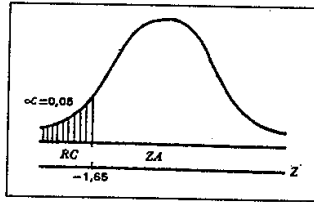
Solución:

$$\mu = 1.000 \quad \sigma = 100 \quad \alpha = 0,05 \quad n = 100 \quad \bar{x} = 985$$

- a)  $H_0: \mu = 1.000$       b)  $\alpha = 0,05$   
 $H_a: \mu < 1.000$       c)  $\sigma = 100$

$$d) Z = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} = \frac{985 - 1.000}{\frac{100}{\sqrt{100}}} = -1,5$$

- e) Se puede adquirir la bombilla de la nueva marca, ya que al nivel de 5% no se demuestra que su duración sea inferior a la marca anterior.



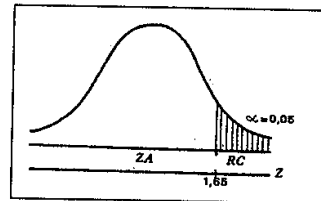
19. Un fabricante de bombillas de destello para fotografía asegura que la duración media de su producto pasa de las 40 horas. Una compañía desea comprar un lote muy grande de dicho artículo, si la aseveración es cierta. Se prueba una muestra aleatoria de 36 bombillas, y se halla que la media muestral es de 50 horas. Si la población de bombillas tiene una desviación típica de 5 horas, ¿es posible que se compren las lámparas?

Solución:  $\mu = 40 \quad n = 36 \quad \bar{x} = 50 \quad \sigma = 5$

- a)  $H_0: \mu = 40$       b)  $\alpha = 0,05$   
 $H_a: \mu > 40$       c)  $\sigma = 5$

$$d) Z = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} = \frac{50 - 40}{\frac{5}{\sqrt{36}}} = \frac{10}{5} = 2$$

- e) Si es posible que se compren las lámparas, pues al nivel del 5%, se acepta que tienen una duración superior a las 40 horas.



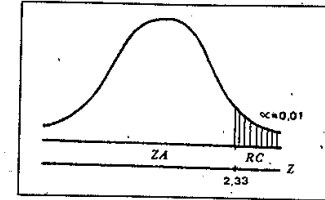
20. Una máquina produce en promedio 10 libras de nitrato por minuto. Al adicionar un compuesto químico a 60 máquinas, éstas produjeron un promedio de 15 libras de nitrato por minuto y una  $s = 3$ . ¿Se puede concluir que la solución aumenta la productividad? (1%)

Solución:  $\mu = 10 \quad n = 60 \quad \bar{x} = 15 \quad s = 3$

- a)  $H_0: \mu = 10$       b)  $\alpha = 0,01$   
 $H_a: \mu > 10$       c)  $s = 3$

$$d) Z = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{s}{\sqrt{n}}} = \frac{15 - 10}{\frac{3}{\sqrt{60}}} = \frac{5}{3} \approx 1,67$$

- e) Si se puede concluir que la solución aumenta la productividad, al nivel del 1%.



21. Un cierto tipo de fusible está diseñado para fundirse cuando la corriente llega a 20 amperios. Se toma una muestra de 36 fusibles de un lote de 500 y se encuentra que el punto promedio de fusión es de 20,8 amperios, con desviación estándar de 1,5 amperios. Utilizando una dócima bilateral, ¿a qué conclusiones se puede llegar respecto a las especificaciones del lote, a un nivel de significación del 1%?

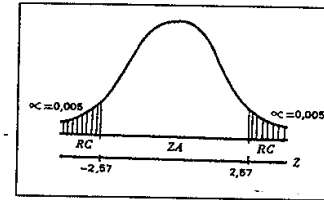
Solución:

$$\mu = 20 \quad \bar{x} = 20,8 \quad s = 1,5 \quad n = 36 \quad \alpha = 1\%$$

- a)  $H_0: \mu = 20$       b)  $\alpha = 0,01$   
 $H_a: \mu \neq 20$       c)  $s = 1,5$

$$d) Z = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{s}{\sqrt{n}}} = \frac{20,8 - 20}{\frac{1,5}{\sqrt{36}}} = \frac{4,8}{1,5} = 3,2$$

- e) Se ubica en la región crítica y se rechaza la hipótesis nula de que  $\mu = 20$ , es decir, que el fusible no cumple con las especificaciones, al nivel del 1%.



22. Un fabricante de aparatos de calefacción, tiene un proveedor que le suministra ciertos componentes, que tienen como especificación una resistencia de 400°C al calor. El fabricante realiza una selección al azar de 64 de dichos componentes y comprueba que su resistencia media al calor es de 395°C, con desviación estándar de 20°C. ¿Puede llegar a la conclusión de que su proveedor no sostiene las especificaciones acordadas, a un nivel de significación del 5%?

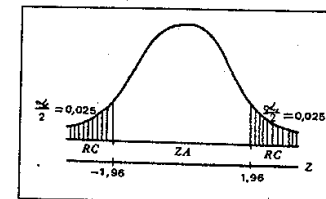
Solución:

$$\mu = 400 \quad \bar{x} = 395 \quad s = 20 \quad n = 64 \quad \alpha = 0,05$$

- a)  $H_0: \mu = 400$       b)  $\alpha = 0,05$   
 $H_a: \mu \neq 400$       c)  $s = 20$

$$d) Z = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{s}{\sqrt{n}}} = \frac{395 - 400}{\frac{20}{\sqrt{64}}} = \frac{-40}{20} = -2$$

- e) El proveedor no sostiene las especificaciones acordadas, al nivel del 5%.

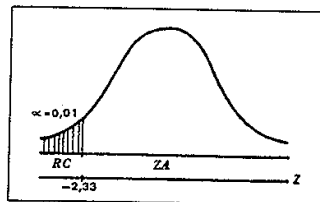


23. Un test de psicología tenía una puntuación media de 78 puntos y una desviación de 6. En un grupo de 16 estudiantes, la puntuación fue de 74. ¿Puede afirmarse al nivel del 1% que este grupo fue inferior?

Solución:  $\mu = 78$   $\sigma = 6$   $n = 16$   $\bar{x} = 74$   $\alpha = 0,01$

- a)  $H_0: \mu = 78$                       b)  $\alpha = 0,01$   
 $H_a: \mu < 78$                         c)  $\sigma = 6$

d)  $Z = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} = \frac{74 - 78}{\frac{6}{\sqrt{16}}} = -2,67$



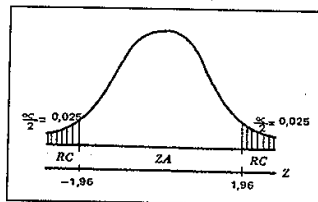
e) Sí se puede afirmar que este grupo fue inferior, ya que rechazamos la hipótesis nula, al nivel del 1%.

24. Una muestra de 200 artículos producidos por una máquina, que debe tener como especificación un diámetro de 3,6 cms., revela un diámetro promedio de 3,62 cms., con desviación estándar de 0,21 cms. ¿Podría afirmarse que el anterior resultado se ajusta a las especificaciones de producción?

Solución:  $n = 200$                        $\mu = 3,6$                        $\bar{X} = 3,62$

- a)  $H_0: \mu = 3,6$                       b)  $\alpha = 0,05$   
 $H_a: \mu \neq 3,6$                         c)  $s = 0,21$

d)  $Z = \frac{\bar{X} - \mu}{s / \sqrt{n}} = \frac{3,62 - 3,6}{0,21 / \sqrt{200}} = 1,35$



e)  $Z = 1,35$  se ubica en la zona de aceptación, por lo tanto se puede afirmar que el resultado de la muestra se ajusta a las especificaciones de producción, al nivel del 5%.

**Ejercicios para resolver**

(ver respuestas al final del capítulo)

- Un proceso está programado para empaquetar la cantidad media de una libra de azúcar. Se toma una muestra aleatoria de 36 paquetes y se encuentra una media de 13 onzas, y desviación típica de 8 onzas. Al nivel del 5% se podrá afirmar:
  - ¿qué se está vendiendo un producto por debajo de su peso?
  - ¿si el promedio verdadero es de una libra, en la prueba anterior, se cometió un error de tipo II?
- Una compañía afirma que el tiempo necesario para fabricar un artículo es de 53 minutos, con una varianza de 1,35 horas. Se toma una muestra de 128 artículos, con un tiempo promedio de 56 minutos. a) Al nivel del 5% ¿se podrá afirmar que el producto requiere un tiempo mayor de fabricación que lo afirmado por la compañía? b) Si el tiempo real de fabricación es de 50 minutos, en la prueba de significación se cometió un error de tipo I?
- Un gimnasio recién inaugurado en la capital, invita a su afiliación argumentando una reducción de peso, al menos de 4,6 kilos. Una muestra aleatoria de 34 personas, revela que el promedio de reducción de peso es de 4,1 kilos, con desviación típica de 1,8 kilos. A un nivel del 1%, ¿se puede creer lo tan anunciado por el gimnasio?
- Un concesionario de automóviles promociona un nuevo modelo de vehículo, ofreciendo economía en el combustible; asegura un promedio de 50 kilómetros por galón de gasolina. Se tomó una muestra de 35 vehículos de los 500 que se han vendido y se encontró que el promedio es de 43,8, kilómetros por galón, con desviación típica de 15 galones. Al nivel del 2%, ¿se podrá decir que el concesionario ha exagerado?

- Una muestra aleatoria de 60 obreros de un sector de la industria de la construcción, encontró que el promedio de edad es de 24 años. Sin embargo un alto ejecutivo asegura que el promedio de edad es superior a los 22 años, con una desviación estándar de 8 años. ¿Se puede aceptar la afirmación del ejecutivo?
- Una compañía promociona un nuevo ambientador asegurando que mantiene el ambiente agradable por lo menos durante 8 horas. Un análisis realizado en 20 ambientes, seleccionados aleatoriamente, indicó un promedio de 8 horas y media. ¿Se puede aceptar la anterior aseveración? Se sabe por experiencia que la desviación típica es de una hora y cuarenta y cinco minutos.
- Una máquina produce en promedio 650 libras de nitrato por hora. Al adicionar un compuesto químico a 40 máquinas, éstas produjeron un promedio de 700 libras de nitrato por hora y una varianza de 12.960. ¿Se puede concluir que la solución aumenta la producción de nitrato? (nivel de 1%).
- Una muestra aleatoria de 100 profesores universitarios de la capital, dio los siguientes resultados:  
 $\sum x_i = 4.000$                        $\sum (x_i - \bar{x})^2 = 9.900$ 
  - La autoridad educativa afirma que el promedio de edad de un profesor es de 43 años, promedio que consideramos demasiado alto. Prueba dicha hipótesis al nivel del 5%.
  - Si en verdad el promedio en la población es de 39 años, ¿qué tipo de error cometeríamos?
- Un profesor examina a su curso; sabe por experiencia que proporciona un rendimiento con calificación de 78. Su curso actual es de 35 alumnos, tomada como muestra; obtiene una media de 82 y desviación típica de 21. ¿Acierta al suponer que es un curso superior? (nivel del 1%).

**Distribución de proporciones**

Los procedimientos de decisión de las proporciones son similares a los ya indicados para las medias, salvo que por lo general la desviación típica y por ende el error estándar de la proporción se calcula con datos obtenidos en la muestra, la cual debe tener, en este caso, más de 30 elementos.

*Ejemplos:*

- Por estadísticas que se tienen, se ha podido establecer que por lo menos el 40% de los jóvenes toman regularmente Coca-Cola, cuando tienen sed. Una muestra aleatoria de 450 jóvenes reveló que 200 de ellos solían tomar dicha bebida, cuando tenían sed. ¿Cuál podría ser su conclusión al nivel del 1%, acerca de lo que muestran las estadísticas?

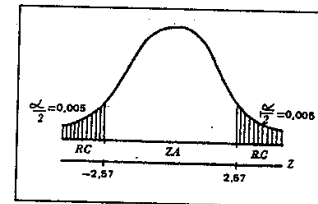
Solución:  $p = 200 / 450 = 0,44 = 44\%$                        $n = 450$                        $q = \frac{250}{450} = 0,56$

- a)  $H_0: P = 0,40$   
 $H_a: P \neq 0,40$

- b)  $\alpha = 0,01$   
 c)  $s_p = \sqrt{pq}$

$$Z = \frac{p - P}{\sqrt{\frac{pq}{n}}}$$

$$Z = \frac{0,44 - 0,40}{\sqrt{\frac{0,44(0,56)}{450}}} = 1,71$$

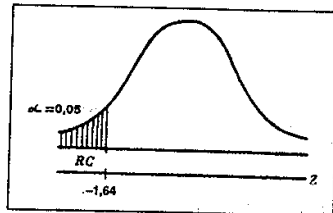


- $Z = 1,71$  Se ubica en la zona de aceptación, luego al nivel del 5% la conclusión a que se llega, es la de aceptar el 40% que arrojan las estadísticas; por lo tanto, no hay razón para rechazarlas.
- Un gerente de una compañía afirma que el porcentaje de atrasos en las horas de llegada al trabajo cobija al 25% de sus empleados. Solicita al jefe de personal la revisión de 40 tarjetas marcadas con las horas de llegada, en la quincena, y encuentra que 8 han llegado tarde. Al nivel del 5%, ¿hay razón para concluir que el gerente de la compañía está exagerando?

Solución:  $p = \frac{8}{40} = 0,20$        $n = 40$

a)  $H_0: P = 0,25$       b)  $\alpha = 0,05$   
 $H_a: P < 0,25$       c)  $s_p = \sqrt{0,2(0,8)} = 0,40$

$Z = \frac{0,20 - 0,25}{\frac{0,2(0,8)}{40}} = -0,79$  Se ubica Z en la zona de aceptación; por lo tanto podemos concluir, que al nivel del 5% el gerente no está exagerando.



### Ejercicios resueltos

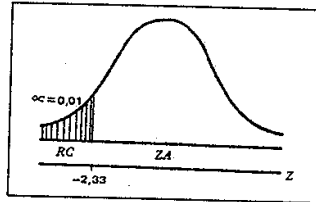
1. Una empresa al seleccionar su personal lo somete a un curso de entrenamiento. Por experiencia, el 76% de los aspirantes aprueban el curso. Se efectúan ciertos cambios en el programa, para el cual se inscriben 40 y 24 lo aprueban. ¿Podría afirmarse que los cambios introducidos reducen la selección? (1%).

Solución:

a)  $H_0: \mu_p = 0,76$        $p = \frac{24}{40} = 0,60$   
 $H_a: \mu_p < 0,76$

b)  $\alpha = 0,01$       d)  $z = \frac{p - \mu_p}{\sqrt{\frac{pq}{n}}} = \frac{0,60 - 0,76}{\sqrt{\frac{(0,6)(0,4)}{40}}} = -2,07$   
c)  $s_p = \sqrt{\frac{pq}{n}}$

- e) Como  $-2,07$  cae en la región de aceptación, no reducen la selección los cambios introducidos, al nivel del 1%.



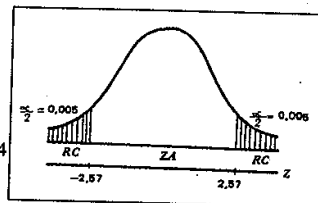
2. El ministro de educación de un país asegura que el 80% de los estudiantes universitarios tienen un ingreso mensual para su sostenimiento, superior a \$ 370.000; usted quiere refutar al ministro con un nivel de confianza del 99 % y para hacerlo toma una muestra de 300 estudiantes, encontrando 231 con ingresos mayores a \$ 370.000. ¿Tiene razón el señor ministro?

Solución:  $p = \frac{231}{300} = 0,77$        $q = 0,23$

a)  $H_0: P = 0,8$       b)  $\alpha = 0,01$   
 $H_a: P \neq 0,8$

c)  $s_p = \sqrt{\frac{(0,77)(0,23)}{300}} = \sqrt{\frac{0,177}{300}} = \sqrt{0,00059} = 0,024$

d)  $z = \frac{0,77 - 0,80}{0,024} = \frac{-0,03}{0,024} = -1,25$



Nota: la palabra superior no implica prueba unilateral derecha, ya que forma parte de la característica y no de aquello que se quiere probar.

- e) Se acepta la hipótesis de que el 80% de estudiantes tienen ingreso mensual superior a \$ 370.000, al nivel del 1%.

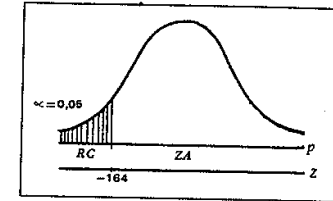
3. La fracción de artículos defectuosos de cierto proceso supervisado es 0,14. Un proveedor de materia prima ofrece un nuevo producto asegurando que reduce la fracción de defectuosos. Con las muestras que el proveedor suministra se hace un ensayo en la producción con un resultado de 48 defectuosos de un total de 360. Contrastar si el proveedor tiene o no razón en la calidad de la nueva materia prima, con un 5% de significación.

Solución:  $P = 0,14$        $\bar{p} = \frac{48}{360} = 0,13$        $\bar{q} = 1 - 0,13 = 0,87$

$s_p = \sqrt{\frac{(0,13)(0,87)}{360}} = \sqrt{\frac{0,1131}{360}} = \sqrt{0,00031} = 0,0177$

a)  $H_0: P = 0,14$       b)  $\alpha = 0,05$   
 $H_a: P < 0,14$       c)  $s_p = 0,0177$

d)  $z = \frac{0,13 - 0,14}{0,0177} = \frac{-0,01}{0,0177} = -0,56$



- e) Se acepta  $P = 0,14$ , el proveedor no tiene razón, es decir, que el nuevo producto no reduce la fracción de defectuosos, al nivel del 5%.

4. El fabricante de cierto producto estima tener el 50% del mercado de la categoría de dicho producto. Al realizar un sondeo en una muestra probabilística de 400 consumidores de la categoría del producto, 180 de ellos indicaron ser consumidores. ¿Es correcta la estimación hecha por el fabricante? (5%).

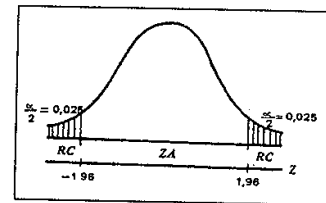
Solución:  $P = \mu_p = 0,50$        $n = 400$        $p = \frac{180}{400} = 0,45$        $\alpha = 0,05$

a)  $H_0: P = 0,50$       ó       $(\mu_p = 0,50)$   
 $H_a: P \neq 0,50$       ó       $(\mu_p \neq 0,50)$

b)  $\alpha = 0,05$

c)  $s_p = \sqrt{\frac{pq}{n}}$

d)  $z = \frac{p - P}{\sqrt{\frac{pq}{n}}} = \frac{0,45 - 0,50}{\sqrt{\frac{(0,45)(0,55)}{400}}} = \frac{-0,05}{0,025} = -2,00$



- e) No es correcta la estimación hecha por el fabricante, al nivel del 5%.

5. Por evidencia experimental se sabe que cierta droga pediátrica es eficaz en un 80% de los casos, cuando está correctamente administrada. Se aplica dicha droga a 400 niños y se obtienen únicamente 300 resultados positivos. ¿Puede considerarse este resultado como evidencia de que la droga no estuvo bien administrada? (1%).

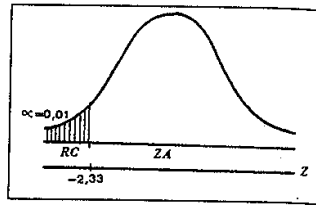
Solución:  $\mu_p = P = 0,80$        $n = 400$        $p = \frac{300}{400} = 0,75$        $\alpha = 0,01$

a)  $H_0: P = 0,80$       b)  $\alpha = 0,01$

$H_a: P < 0,80$

c)  $z = \frac{p - P}{\sqrt{\frac{pq}{n}}} = \frac{0,75 - 0,80}{\sqrt{\frac{(0,75)(0,25)}{400}}} = \frac{-0,05}{0,022} = -2,27$

d) Este resultado sí puede ser considerado como evidencia de que la droga estuvo bien administrada, al nivel del 1%.



6. Suponga que se está estudiando la compra de una nueva máquina de fabricar tornillos. Se comparará la máquina si la proporción de tornillos que necesiten rehacerse es igual o menor del 10%. Se examina una muestra de 40 tornillos fabricados por la máquina y necesitan rehacerse 3. Con  $\alpha = 0,05$ , ¿se puede concluir que no se satisface la condición exigida?

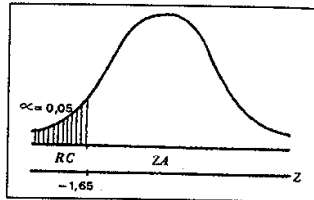
Solución:  $\mu_p = P = 0,10$        $p = \frac{3}{40} = 0,075$        $\alpha = 0,05$        $n = 40$

a)  $H_0: \mu_p = 0,10$       b)  $\alpha = 0,05$

$H_a: \mu_p < 0,10$

c)  $s_p = \sqrt{\frac{pq}{n}}$

d)  $z = \frac{p - P}{\sqrt{\frac{pq}{n}}} = \frac{0,075 - 0,10}{\sqrt{\frac{(0,075)(0,925)}{40}}} = \frac{-0,025}{0,04164} = -0,60$



e) Se comparará la máquina, ya que aceptamos la hipótesis nula ( $P = 0,10$ ), al nivel del 5%.

7. Un cirujano desarrolló una técnica quirúrgica nueva para una enfermedad, en la cual la mortalidad post-operatoria usual es del 20%. Aplica la técnica en 50 pacientes de los cuales mueren 9. ¿Cree usted que la nueva técnica disminuye la mortalidad post-operatoria? (5%).

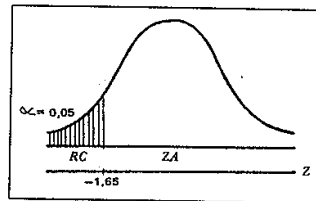
Solución:  $\mu_p = P = 0,20$        $p = \frac{9}{50} = 0,18$        $n = 50$        $\alpha = 0,05$

a)  $H_0: P = 0,20$       b)  $\alpha = 0,05$

$H_a: P < 0,20$

c)  $s_p = \sqrt{\frac{0,18(0,82)}{50}} = 0,054$

d)  $z = \frac{p - P}{s_p} = \frac{0,18 - 0,20}{0,054} = \frac{-0,02}{0,054} = -0,37$



e) Al nivel del 5%, no se puede concluir que la nueva técnica es mejor y por lo tanto disminuye la mortalidad post-operatoria.

### Ejercicios para resolver

(ver respuestas al final del capítulo)

- Por evidencia experimental se sabe que cierto tratamiento pediátrico es eficaz en un 80% de los casos, cuando está correctamente suministrado. Se aplica el tratamiento a 400 niños y se obtienen únicamente 300 resultados positivos. ¿Puede considerarse dicho resultado como evidencia de que el tratamiento estuvo bien administrado? (nivel del 1%).
- En una muestra de 50 neumáticos, fabricados por cierta compañía, cinco de ellos no satisficieron las normas de calidad. El gerente sostiene que el 12% de sus neumáticos no satisfacen dicha norma. Al nivel del 5%. ¿Se podrá decir que el gerente exagera el porcentaje?
- El gerente de un supermercado considera que de 50 clientes que realizaron compras a mediodía, siete incluyeron leche en su compra. Realiza una muestra aleatoria a 100 clientes y revela que tan sólo 10 compraron leche. ¿Al nivel del 5%, se podrá deducir que el número de compradores de leche al mediodía es inferior al anotado por el gerente?
- Una muestra aleatoria de 225 habitantes de apartamentos reveló que 25 poseían perros. ¿Proporcionan estos datos evidencia suficiente como para concluir, que menos del 15% de los habitantes de apartamentos poseen perros? (nivel del 5%).
- Una empresa de ventas con descuento está considerando la compra de una gran partida de discos de un proveedor que afirma que, en promedio, sólo el 2% de los discos tienen fallas. Al examinar 400 de ellos, la firma encuentra 15 imperfectos. ¿Rechazará la empresa esta afirmación del proveedor? (nivel 5%).
- Se sabe que el 25% de los alumnos de una facultad habilitan asignaturas para la aprobación del curso. Si se toma una muestra de 36 estudiantes, de los cuales 8 habilitan, ¿se podrá afirmar que el porcentaje es inferior?
- En una conferencia de prensa, una alta autoridad anuncia que el 90% de los habitantes adultos del país están en favor de cierto proyecto económico del Gobierno. Una muestra aleatoria de 650 adultos indica que 570 están en favor del proyecto. Si usted desea rechazar una hipótesis verdadera no más de una vez en cien, ¿concluiría que la popularidad del proyecto ha sido exagerada por la autoridad?
- Una compañía desea saber si es válida una información, de que el 52% o más de sus clientes aún poseen los vehículos que compraron hace 8 años. Una muestra aleatoria de 100 compradores seleccionados al azar mostró que 48 de ellos aún los poseen. ¿Es válida esta afirmación, al nivel del 10%?
- El jefe de admisiones de una universidad afirmó en una reunión con las directivas que el 15% de los estudiantes que ingresan, se retiran antes de haber completado cuatro semestres académicos. En una revisión a los registros de los últimos años, mediante una muestra aleatoria de 300 alumnos, se encontró que 54 se retiraron. ¿Al nivel del 1% es válida la afirmación?

### Distribución de diferencias entre dos medias

Esta prueba está indicada en aquellos casos cuando se quiere establecer si la diferencia entre dos medias muestrales, extraídas de dos poblaciones independientes, son significativas. Si una media es mayor o menor que la otra.

Son ejemplos, cuando se quiere probar ¿si la accidentalidad vehicular es mayor en la población femenina que en la masculina? ¿si hay alguna diferencia en los hábitos de fumar de los hombres y mujeres? ¿si la duración de un producto de la marca A es diferente al de la marca B? Como se observa, estos interrogantes encierran la comparación entre dos poblaciones.

#### Ejemplos.

- Supongamos que la empresa desarrolló en curso de entrenamiento para sus técnicos, formando dos grupos y aplicando métodos distintos de entrenamiento. Los dos grupos se consideran homogéneos en capacidad. El primer grupo lo componen 36 técnicos que obtuvieron un puntaje de 6 (en una escala de 0 a 10 puntos) y una desviación típica de 4 puntos y el segundo grupo de 40 técnicos cuyo promedio fue 8,2 y desviación típica de 4,3 puntos. ¿Se puede concluir que el método aplicado al segundo grupo fue superior al primero? Nivel del 1%.