15. Las cajas de cartón que contienen un determinado artículo producido por un establecimiento industrial tienen un peso medio de 300 kgs, y una varianza de 2.500 kgs. ¿Cuál es la probabilidad de que 25 paquetes, tomados al azar, y cargados en un camión de distribución del producto, excedan la capacidad del camión, de 8.200 kgs?

16. Si la desviación típica de las estaturas de niños de kinder es de 5 centímetros,¿cuál es la probabilidad de que la estatura promedio de una muestra al azar de 100 niños, difieran en más de un centímetro?

17. Si la desviación típica de las calificaciones de estadística en el quinto semestre es de 8 décimas, ¿cuál es la probabilidad, en una muestra de 20 estudiantes, de que la diferencia entre la media muestral y la población sea mayor en 4 décimas?

18. Un fabricante de bombillas dice que su producto tiene una media de duración de 700 horas, con varianza de 14.400 horas. El dueño de un taller compró 144 bombillas de esta marca con la idea de comprar más, si la duración media de la muestra le resultara superior a 680 horas; ¿qué probabilidad hay de que el dueño del taller no vuelva a hacer compras de esa marca?

19. Un distribuidor de botas especiales para el trabajo, garantiza al gerente de una empresa que el promedio de duración de las botas es de 8,10 meses, con una desviación típica de dos meses y cinco días. Si se decide la empresa a comprar 36 pares de botas, ¿cuál es la probabilidad, que en promedio la duración sea inferior a los 7 meses y quince días?

## Distribución muestral de una proporción

En el análisis de una característica cualitativa o atributo, se emplea la proporción de éxitos y no el número de éxitos como en la distribución binomial.

Anteriormente se definió la proporción de éxitos como : $P = \dfrac{\textit{Número de casos favorables o éxitos}}{\textit{Total de casos posibles}}$.

Ahora, en vez de expresar la variable en términos de éxitos (X) nos referiremos, al número de atributos en la muestra ( a ) y lo dividimos por el tamaño de la muestra **n**.

$$p = \frac{\sum a_i}{n} = \frac{\textit{Número de éxitos}}{\textit{Tamaño de la muestra}}$$

**SIMBOLOGIA**

$A = \sum A_i$ Total de elementos que presentan la característica en la población $A = \sum A_i = NP$

$\mu_p = P = \overline{P}$ $P = \dfrac{A}{N} = \dfrac{\sum A_i}{N}$ Proporción de elementos que presenta la característica en la población .

$Q = \dfrac{N-A}{N} = 1 - P$ Proporción de elementos que no presenta la característica. $P + Q = 1$

$\sigma_P^2 =$ Varianza de la proporción en la población $\sigma_P^2 = PQ$

$\sigma_p =$ Desviación estándar $\sigma_p = \sqrt{PQ}$ $\sigma_{\overline{p}} = \dfrac{\sigma_p}{\sqrt{n}} = \sqrt{\dfrac{PQ}{n}}$

Error estándar de la proporción

*Demostración:* $\sigma_p^2 = PQ$

*Variable:* Supongamos que se tiene una población de 500 personas para analizar su peso en kilogramos.

$$\mu_x = \frac{\sum X_i}{N} = \frac{70+50+48+60\cdots\cdots}{500} \quad ; \quad \textit{por lo tanto} \quad \sum X_i = 70+50+48+60+\ldots..$$

$$\sigma_x^2 = \frac{\sum X_i^2 - N\,\mu^2}{N} \quad \textit{y se tendrá que } \sum X_i^2 = 70^2 + 50^2 + 48^2 + 60^2 \cdots\cdots$$

Ya conocemos cómo se procede en el cálculo de la $\mu$ y de $\sigma_x^2$ en la variable X ; ahora, observemos como se debe calcular en el atributo.

*Atributo:* Consideremos que se desea investigar la proporción de mujeres en 500 personas de una población; para ello se cuenta el número de mujeres observadas.

$$\sum A_i = 1+1+1+1+1\cdots\cdots\cdots\cdots = 200; \quad \textit{que equivale a} \quad \sum X_i$$

$$P = \mu_p = \frac{\sum A_i}{N} = \frac{200}{500} = 0,40 \ (\textit{Media proporcional}) \ \textit{equivale a } \mu_X$$

*Ahora si se requiere* $\sum A_i^2 = 1^2 + 1^2 + 1^2 + 1^2 = \cdots\cdots\cdots = \sum A_i = NP;$ *reemplazando se tiene que*

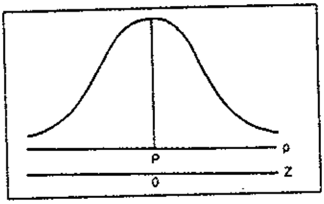
$$\sigma_p^2 = \frac{\sum A_i^2 - NP^2}{N} = \frac{NP - NP^2}{N} = \frac{NP(1-P)}{N} = P(1-P) = PQ$$

$$\sigma_p^2 = PQ \quad \textit{lo cual queda demostrado.} \quad \sigma_p = \sqrt{PQ}$$

### *Variante estadística*

En muchos casos podemos utilizar la distribución normal para evaluar la distribución muestral de proporciones, siendo:

$$Z = \frac{p-P}{\sqrt{\dfrac{PQ}{n}}} = \frac{p-\mu_p}{\sigma_{\bar{p}}}$$




Vale la pena observar la simbología que se utiliza en la muestra.

$a = \sum a_i$ *Total de elementos que presenta la característica investigada en la muestra.*

$p = \dfrac{a}{n} = \dfrac{\sum a_i}{n}$ *Proporción de elementos que presenta la característica investigada en la muestra.*

$q = \dfrac{n-a}{n} = 1-p$ *Proporción de elementos que no presenta la característica en la muestra.*

$p + q = 1$ $\quad S_p^2 =$ *Varianza de una proporción en la muestra* $= pq$

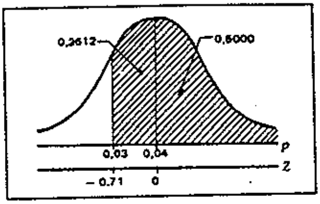
$S_p = \sqrt{pq}$ *Desviación típica de la proporción.*

*Ejemplos*

1. Se tiene que el 4% de las piezas producidas por cierta máquina son defectuosas, ¿cuál es la probabilidad de que en un grupo de 200 piezas, el 3% o más sean defectuosas?

*Solución:* $\mu_p = P = 0{,}04$ $\qquad \bar{p} = p = 0{,}03$

$$\sigma_{\bar{p}} = \sqrt{\frac{PQ}{n}} = \sqrt{\frac{(0{,}04)(0{,}96)}{200}} = 0{,}014$$




Se desea determinar la $P_{(p \geq 0{,}03)} = ?$

$$Z = \frac{p - \mu_p}{\sqrt{\frac{PQ}{n}}} = \frac{0{,}03 - 0{,}04}{\sqrt{\frac{(0{,}04)(0{,}96)}{200}}} = -0{,}71$$

$Z = -0{,}71 \rightarrow A(0{,}2612)$ $\qquad P = 0{,}2612 + 0{,}5000 = 0{,}7612$ $\qquad P_{(p \geq 0{,}03)} = 76{,}12\ \%$

b) **Con corrección**

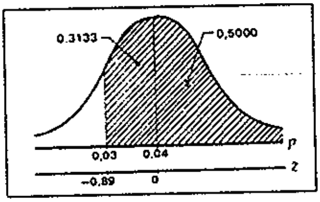
Si se quiere quiere obtener una buena aproximación a la distribución normal, debe hacerse la corrección en la variable discreta, siendo igual a $\frac{1}{2n}$. Si se va a obtener una área hacia la derecha, se restará este factor de corrección; en el caso de que sea a la izquierda, se sumará ese factor al valor de **p.**

$$\frac{1}{2n} = \frac{1}{2(200)} = \frac{1}{400} = 0{,}0025 \qquad Z = \frac{\left(p - \frac{1}{2n}\right) - \mu_p}{\sigma_{\bar{p}}}$$

$$Z = \frac{(0{,}03 - 0{,}0025) - 0{,}04}{0{,}014} = -0{,}89$$

$Z = -0{,}89 \rightarrow A(0{,}3133)$

$P = 0{,}3133 + 0{,}5000 = 0{,}8133$ ; $P_{(P \geq 0{,}03)} = 81{,}33\ \%$




c) Resolveremos el anterior problema mediante la distribución normal.

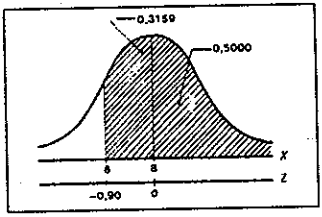
$\mu = np = 200(0{,}04) = 8$

$\sigma = \sqrt{npq} = \sqrt{200(0{,}04)(0{,}96)} = 2{,}77$

$P_{(x \geq 6)} = ?$ $\quad$ *siendo* : $P_{(x > 5{,}5)} = ?$

$$Z = \frac{5{,}5 - 8}{2{,}77} = -0{,}90 \rightarrow A(0{,}3159)$$

$P = 0{,}3159 + 0{,}5000 = 0{,}8159$ ; $P_{(X > 5{,}5)} = 81{,}59\ \%$




Resultado bastante aproximado obtenido en el punto (b)

d) Podríamos plantear y aún resolver el mismo problema aplicando la distribución binomial.

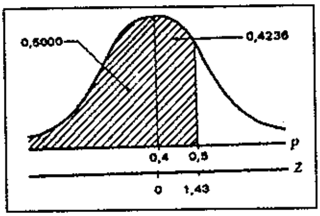
$n = 200 \qquad p = 0{,}04 \qquad q = 0{,}96 \qquad P_{(x \geq 6)} = ?$

$$P = 1 - \left[ C_0^{200}(0{,}04)^0(0{,}96)^{200} \cdots\cdots\cdots + C_5^{200}(0{,}04)^5(0{,}96)^{195} \right]$$

2. Se desea estudiar una muestra de 49 personas para saber la proporción de las mayores de 40

años; sabiendo que la proporción en la población es 0,4. ¿Cuál es la probabilidad de que la proporción en la muestra sea menor de 0,5 ?

*Solución:* $n = 49$ $P = 0,4$ $P(\bar{p} < 0,5) = ?$




$$Z = \frac{\bar{p} - P}{\sqrt{\frac{PQ}{n}}} = \frac{0,5 - 0,4}{\sqrt{\frac{(0,4)(0,6)}{49}}} = \frac{0,10}{\sqrt{\frac{0,24}{49}}} = \frac{0,10}{\sqrt{0,00489}} = \frac{0,10}{0,07} = 1,43$$

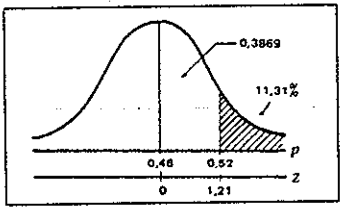
$Z = 1,43 \rightarrow A(0,4236)$

$P = 0,5000 + 0,4236 = 0,9236$ ; $P_{(p<0,5)} = 92,36\ \%$

3. Cuarenta y seis por ciento de los sindicatos del país están en contra de comerciar con la China Continental ; ¿cuál es la probabilidad de que una encuesta a 100 sindicatos muestre que más del 52 % tengan la misma posición?

*Solución:* $P = 0,46$ $p = 0,52$ $n = 100$ $P_{(p > 0,52)}$

$$Z = \frac{p - P}{\sqrt{\frac{PQ}{n}}} = \frac{0,52 - 0,46}{\sqrt{\frac{(0,46)(0,54)}{100}}} = \frac{0,06}{\sqrt{\frac{0,2484}{100}}} = 1,21$$




$Z = 1,21 \rightarrow A(0,3869)$

$P = 0,5000 - 0,3869 = 0,1131$

$P_{(p>0,52)} = 11,31\%$

## Ejercicios resueltos

1. Se ha determinado que el 65% de los estudiantes universitarios de Medellín prefieren los cuadernos marca *Profesional.* ¿Cuál es la probabilidad de que en una muestra de 100 universitarios de dicha ciudad, encontremos que:

a) como máximo el 68% sean usuarios de ese tipo de cuaderno?

b) exactamente 66% sean usuarios (utilizar medio punto de porcentaje para los límites)?

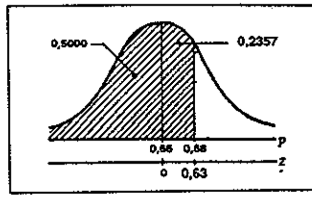
*Solución:* $p = 65\ \%$ $n = 100$

*a)* $P_{(p<68\%)} = ?$

$$Z = \frac{p - P}{\sqrt{\frac{PQ}{n}}} = \frac{0,68 - 0,65}{\sqrt{\frac{(0,65)(0,35)}{100}}} = \frac{0,03}{\sqrt{\frac{0,2275}{100}}} = \frac{0,03}{\sqrt{0,002275}} = 0,63$$

$Z = 0,63 \rightarrow A(0,2357)$ ; $P = 0,5000 + 0,2357 = 0,7357$

$P_{(p<68)} = 73,57\ \%$




b) $P_{(65,5\% < p < 66,5\%)} = ?$ $\left(\text{ya que } P(p=66)=0\right)$

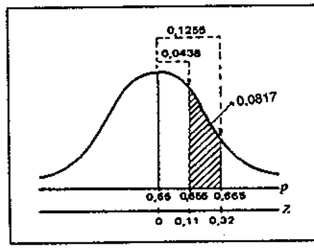
$$Z = \frac{p-P}{\sqrt{\frac{PQ}{n}}} = \frac{0,665-0,65}{\sqrt{0,002275}} = \frac{0,015}{0,0477} = 0,32$$

$$Z = \frac{p-P}{\sqrt{\frac{PQ}{n}}} = \frac{0,655-0,65}{\sqrt{0,002275}} = \frac{0,005}{0,0477} = 0,11$$

$Z = 0,32 \rightarrow A(0,1255)$; $z = 0,11 \rightarrow A(0,0438)$

$P = 0,1255 - 0,0438 = 0,0817$

$P_{(0,655 < p < 0,665)} = 8,17\ \%$



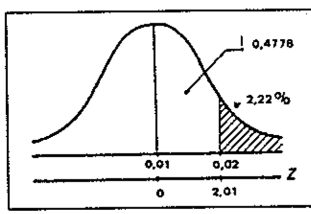

2. Un fabricante de desodorantes recibe cada semana lotes de 10.000 válvulas para los tarros rociadores. Para aceptar o rechazar dichos lotes, selecciona al azar 400 válvulas de cada lote; si el 2% o más resultan defectuosos, se rechaza el lote. En caso contrario se acepta el lote. ¿Cuál es la probabilidad de rechazar un lote que contenga el 1% de válvulas defectuosas?

*Solución:* $P = 0,01$ $\quad n = 400$ $\quad P_{(p>0,02)} = ?$

$$Z = \frac{p-P}{\sqrt{\frac{PQ}{n}}} = \frac{0,02-0,01}{\sqrt{\frac{0,01(0,99)}{400}}} = 2,01$$

$Z = 2,01 \rightarrow A(0,4778)$ ; $P = 0,5000 - 0,4778 = 0,0222$

$P_{(p>0,02)} = 2,22\ \%$




3. Se ha encontrado que el 4% de las piezas producidas por cierta máquina son defectuosas. ¿Cuál es la probabilidad, al seleccionar 400 piezas, que el 5% o más sean defectuosas?

*Solución:*

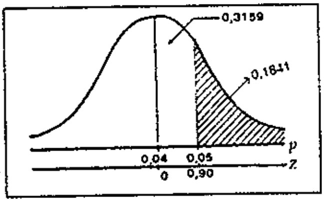
*Nota*: en variables discretas se puede aplicar un factor de corrección $\left(\frac{1}{2n}\right)$ para una mejor aproximación a la normal.

$P = 0,04$ $\quad n = 400$ $\quad P_{(p \geq 0,05)} = ?$

( fórmula general ) ( fórmula corregida ):

$$Z = \frac{p-P}{\sqrt{\frac{PQ}{n}}} \qquad Z = \frac{\left(p - \frac{1}{2n}\right) - P}{\sqrt{\frac{PQ}{n}}} \qquad \frac{1}{2(400)} = \frac{1}{800} = 0,00125$$

$$Z = \frac{(0,05-0,00125)-0,04}{\sqrt{\frac{(0,04)(0,96)}{400}}} = \frac{0,00875}{\sqrt{0,000096}} = \frac{0,00875}{0,0097} = 0,90$$

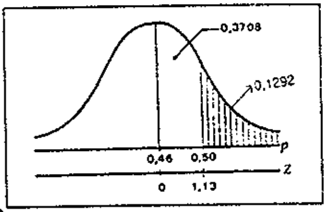



$Z = 0,90 \rightarrow A(\ 0,3159\ )$ ; $P = 0,5000 - 0,3159 = 0,1841$

$P_{(\ p \geq 0,05\ )} = 18,41\ \%$

4. Para elegir presidente de un sindicato, un candidato obtuvo el 46% de los votos. Determinar la probabilidad de que entre 200, elegidos al azar, de un total de 1.000 afiliados, se obtenga la mayoría de votos para dicho candidato:

*Solución:* $P = 0,46$ $\quad n = 200$ $\quad P_{(\ p > 0,50\ )} = ?$

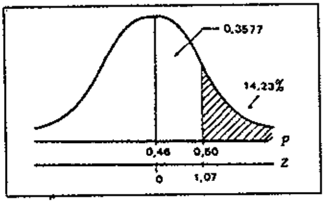



a) *Sin corregir*:

$$Z = \frac{p - P}{\sqrt{\dfrac{PQ}{n}}} = \frac{0,50 - 0,46}{\sqrt{\dfrac{(\ 0,46\ )(\ 0,54\ )}{200}}} = \frac{0,040}{0,0352} = 1,13$$

$Z = 1,13 \rightarrow A(\ 0,3708\ )$ ; $P = 0,5000 - 0,3708 = 0,1292$

$P_{(\ p > 0,50\ )} = 12,92\ \%$




b) *corregido*:

$$Z = \frac{\left(p - \dfrac{1}{2n}\right) - P}{\sqrt{\dfrac{PQ}{n}}} = \frac{(\ 0,50 - 0,0025\ ) - 0,46}{\sqrt{\dfrac{0,46(\ 0,54\ )}{200}}} = 1,07$$

$Z = 1,07 \rightarrow A(\ 0,3577\ )$ ; $P = 0,5000 - 0,3577 = 0,1423 = 14,23\ \%$

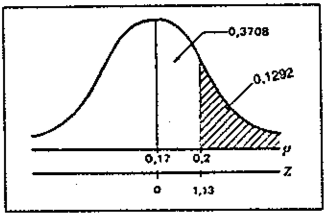
5. En cierta facultad de una universidad de Caracas 1/ 6 de los alumnos son mujeres. Si se extrae una muestra aleatoria de 200 estudiantes de la facultad, ¿cuál es la probabilidad de que el 20% o más sean mujeres?

*Solución:* $P = 0,17$ $\quad n = 200$ $\quad P_{(\ p \geq 0,2\ )} = ?$

$$Z = \frac{0,20 - 0,17}{\sqrt{\dfrac{(\ 0,17\ )(\ 0,83\ )}{200}}} = \frac{0,03}{\sqrt{0,000705}} = \frac{0,03}{0,0266} = 1,13$$

$Z = 1,13 \rightarrow A(\ 0,3708\ )$

$P_{(\ P \geq 0,2\ )} = 0,5000 - 0,3708 = 0,1292 = 12,92\ \%$



6. **Hallar la probabilidad de que en 200 lanzamientos de una moneda, el número de caras esté comprendido entre el 40% y 60%.**

*(Dejado planteado por distribución binomial y resuelto mediante la distribución normal y proporciones).*

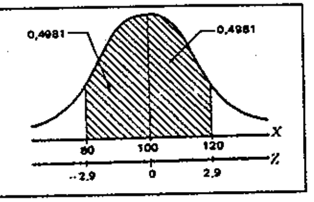
*Solución:*

a) Planteamiento mediante la Distribución binomial.

$P_{(80 \le x \le 120)} = ?$ $\quad n = 200 \quad p = 0{,}50 \quad q = 0{,}50$

$P = C_{80}^{200}\,(0{,}5)^{80}\,(0{,}5)^{120} \ldots\ldots\ldots\ldots + C_{120}^{200}\,(0{,}5)^{120}\,(0{,}5)^{80}$

b) *Distribución normal.*




$P_{(79{,}5 < x < 120{,}5)} = ?$ $\quad \mu = np = 200\,(0{,}5) = 100$

$\sigma = \sqrt{npq} = \sqrt{200\,(0{,}5)\,(0{,}5)} = \sqrt{50} = 7{,}07$

$$Z = \frac{X-\mu}{\sigma} = \frac{79{,}5-100}{7{,}07} = \frac{-20{,}5}{7{,}07} = -2{,}9$$

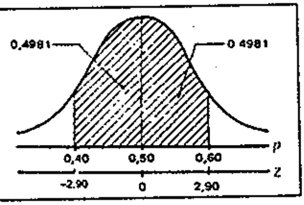
$$Z = \frac{X-\mu}{7{,}07} = \frac{120{,}5-100}{7{,}07} = \frac{20{,}5}{70{,}07} = 2{,}9$$

$Z = -2{,}9 \rightarrow A\,(0{,}4981) \quad ; \quad Z = 2{,}9 \rightarrow A\,(0{,}4981)$

$P_{(79{,}5 < X < 120{,}5)} = 0{,}4981 + 0{,}4981 = 0{,}9962 = 99{,}62\ \%$

c) *Distribución de proporciones (corregido)*

$P = 0{,}50 \qquad P_{(0{,}4 < p < 0{,}6)} = ? \qquad n = 200$




$$Z = \frac{\left(p - \frac{1}{2n}\right) - P}{\sqrt{\frac{PQ}{n}}} = \frac{(0{,}4 - 0{,}0025) - 0{,}50}{\sqrt{\frac{(0{,}5)(0{,}5)}{200}}} = \frac{-0{,}1025}{0{,}03535} = -2{,}90$$

$$Z = \frac{\left(p - \frac{1}{2n}\right) - P}{\sqrt{\frac{PQ}{n}}} = \frac{(0{,}6 + 0{,}0025) - 0{,}5}{\sqrt{\frac{0{,}5(0{,}5)}{200}}} = \frac{0{,}1025}{0{,}03535} = 2{,}90$$

$Z = -2{,}90 \rightarrow A\,(0{,}4981) \qquad z = 2{,}90 \rightarrow A\,(0{,}4981) \qquad P = 0{,}4981 + 0{,}4981 = 0{,}9962$

$P_{(0{,}40 < p < 0{,}60)} = 99{,}62\ \%$

d) *Sin corrección*

$$Z = \frac{p-P}{\sqrt{\frac{PQ}{n}}} = \frac{0{,}4-0{,}5}{\sqrt{\frac{(0{,}5)(0{,}5)}{200}}} = \frac{-0{,}10}{\sqrt{0{,}00125}} = -2{,}83$$

$$Z = \frac{p-P}{\sqrt{\frac{PQ}{n}}} = \frac{0{,}6-0{,}5}{\sqrt{\frac{0{,}5(0{,}5)}{200}}} = \frac{0{,}10}{\sqrt{0{,}00125}} = 2{,}83 \quad ; \quad z = 2{,}83 \rightarrow A\,(0{,}4977)$$

$P_{(0{,}4 < p < 0{,}6)} = 0{,}4977 + 0{,}4977 = 0{,}9954 = 99{,}54\ \%$

## Ejercicios para resolver
*(Ver respuestas al final del capítulo)*

1. Se sabe que el 25% de los estudiantes de un colegio usan anteojos. ¿Cuál es la probabilidad de que 8 o menos usen anteojos en una muestra de 36 estudiantes?

2. Un nuevo tratamiento con rayo laser asegura su eficacia en el 90% de los casos. Si se selecciona una muestra de 40 enfermos, ¿qué probabilidad hay de que se presente una diferencia mayor del 8% en cuanto a su eficacia?

3. Según datos anteriores, se sabe que la efectividad de una vacuna es del 90%. ¿Cuál es la probabilidad de que al vacunar a 64 personas la proporción sea mayor del 95%?

4. Se ha demostrado, por reclamos que se han hecho, que el 20% de las encomiendas llegan averiadas, al utilizar una compañía de transporte intermunicipal. ¿Cuál es la probabilidad, al enviar 100 encomiendas, de que la proporción sea menor del 25%?

5. Por datos que se han obtenido con anterioridad, se sabe que el 70% de las familias que tienen teléfono no se encuentran en las horas de la tarde del día domingo. Se toma una muestra aleatoria de 36 familias del directorio telefónico y se les llama. ¿Cuál es la probabilidad de que el 50% o más estén ausentes?

6. Se sabe que el 7% de los niños que nacen en cierta región, mueren antes de alcanzar un mes de vida. Si durante un cierto período de tiempo nacieron 30 niños, ¿cuál es la probabilidad de que 6 o más de ellos mueran antes de alcanzar el primer mes de vida?

7. Según registros del Departamento de Circulación y Tránsito, el 25% de los heridos en accidentes de tránsito quedan con alguna incapacidad de por vida. En un mes cualquiera se registran 150 personas que sufrieron lesiones. ¿Cuál es la probabilidad de que 42 o más víctimas queden con alguna incapacidad?

8. 1/3 de los alumnos matriculados en las facultades de publicidad son hombres. Si se extrae una muestra aleatoria de 150 alumnos matriculados en dichas facultades, ¿cuál es la probabilidad de que 40 o menos sean de sexo masculino?

9. Se toma una muestra aleatoria de 200 unidades producidas en una hora por una máquina. Se sabe que el 10% de las unidades producidas son defectuosas. ¿Cuál es la probabilidad de que 16 o menos resulten defectuosas?

10. Se sabe que el 70% de los empleados públicos usan corbata; ¿cuál es la probabilidad de que, al seleccionar 64 empleados, menos del 36% no usen corbata?

11. Si se realiza una investigación entre 36 personas, sobre la preferencia en el uso de desodorante en barra y en atomizador, ¿cuál es la probabilidad de que el 82% o más de las personas entrevistadas prefieran el desodorante en barra? Se sabe por experiencia que dicha proporción es del 74% y 26%, respectivamente.

12. En cierto proceso de producción se utiliza la siguiente regla de decisión: se elige una muestra al azar de 36 piezas; si el porcentaje de piezas defectuosas de la muestra excede de **p**, se detiene el proceso para localizar las fallas. Si se sabe que el proceso ocasiona un 10% de piezas defectuosas, en promedio, determine el valor de **p**, para que exista un 22,5% de probabilidad de detener el proceso, cuando la proporción de piezas defectuosas exceda de **p**.

13. Se sabe que el 65% de los estudiantes de primaria, en una concentración escolar, son nacidos en esa misma ciudad. ¿Cuál es la probabilidad de que en una muestra de 100 estudiantes de esa concentración, cuando menos el 68 % sean oriundos de esa ciudad?

14. Un fabricante de insecticidas domésticos recibe cada semana lotes de 10.000 válvulas para los tarros rociadores. Para aceptar o rechazar dichos lotes, ha establecido el siguiente procedimiento de muestreo: selecciona al azar 400 válvulas de cada lote; si el 20% o más resultan defectuosas, rechaza el lote. En caso contrario lo acepta. ¿Cuál es la probabilidad de rechazar un lote que contenga el 15% de válvulas defectuosas?

15. Si se toma una muestra aleatoria de 80 artículos producidos por una máquina, sabiendo que el 15% resultan defectuosos, ¿cuál es la probabilidad de que el 20% o más de los artículos observados en la muestra sean defectuosos?

16. En una elección departamental o provincial, el 55% de los electores están a favor del candidato del partido A, ¿cuál es la probabilidad de que, en una muestra de 100 electores, el resultado no muestre una mayoría a favor del candidato?

17. Se sabe que el 40% de las familias, en uno de los barrios al norte de la ciudad, tiene aparatos receptores de televisión a color. Si se toma una muestra aleatoria de 50 familias, ¿cuál es la probabilidad de que haya 25% o más familias con dicha clase de receptores?

18. Se tiene una población de 5 profesores de un departamento de matemáticas de una facultad; se sabe además, quienes poseen vehículo propio.
a) Determine la proporción de profesores con vehículo propio.
b) Seleccione todas las muestras posibles de dos elementos de esta población y calcule la proporción de profesores con vehículo propio.

| Profesor | A | B | C | D | E |
|---|---|---|---|---|---|
| Vehículo Propio | Sí | No | Sí | No | Sí |

19. Se sabe que el 70% de la población económica activa del país tiene ingreso mensual menor de $300.000. Si se toma una muestra de 1.000 personas de tal población, encontrar la probabilidad de que entre 680 y 750 tengan ingresos menores de $300.000.

20. El gerente de un supermercado considera que de un total de 50 clientes que realizan compras a mediodía, 7 incluyen leche en su compra; efectúa una muestra de 100 clientes. ¿Cuál es la probabilidad de que menos de 12 clientes compren leche a mediodía?

21. En cierto proceso de producción se utiliza el siguiente sistema de control de calidad: se elige una muestra de 36 unidades; si el porcentaje de unidades de la muestra no excede el valor de p, se continúa el proceso. Si se sabe que el proceso ocasiona un 10% de unidades defectuosas, en promedio, determine el valor de p, para que exista un 45% de probabilidad de continuar el proceso, cuando la proporción de piezas defectuosas es inferior a p.

22. El jefe de bodega de una cadena de almacenes, recibe semanalmente 15.000 unidades de un determinado artículo, que debe ser examinado para su aceptación. El tiempo disponible para esta revisión es pequeño dado el volumen de artículos, por lo cual se consideró necesario la selección al azar de 300 artículos, con la recomendación de que si 15 o más de ellos no están en buen estado, se devuelve la mercancía. ¿Cuál es la probabilidad de devolver las 15.000 unidades, si sabemos que el 3% de los artículos se consideran en mal estado?

23. Se toma una muestra aleatoria de 200 unidades producidas en una hora por una máquina. Se sabe que el 10 % de las unidades producidas son defectuosas. ¿Cuál es la probabilidad de que en la muestra tomada, 16 o más artículos, resulten defectuosos?

24. Un laboratorio lanza una nueva droga al mercado. Se asegura que en el 80% de los casos la droga es eficaz. Si en una clínica se seleccionan 49 pacientes que padecen de la misma enfermedad, ¿qué probabilidad hay de que se presente una diferencia superior al 10%, a lo asegurado por el laboratorio?

27. Suponga que una compañía desea estimar la proporción de cuentas que incluyen gastos por trabajo y monto total del año anterior. Suponga que se ha fijado una confianza del 95% y un error del 5%. ¿Qué tamaño de muestra se debe seleccionar, si una encuesta preliminar de 30 cuentas dio como resultado 12 tarjetas que incluyen gastos por trabajo y el total fue de $540.000,oo, con una desviación típica de $2.000,oo?

28. Se tomó una encuesta preliminar de 100 colegios de secundaria, de un total de 4.680, dando los siguientes resultados:

| Tipo de colegio | Cantidad de colegios | Número de estudiantes | | Nº de profesores | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | $\sum x_i$ | $\sum x_i^2$ | $\sum y_i$ | $\sum y_i^2$ | $\sum y_i x_i$ |
| Públicos | 54 | [illegible].281 | 29.881.219 | 2.024 | 111.090 | 1.729.349 |
| Privados | 46 | 13.707 | 6.366.785 | 1.0[illegible] | 33.119 | 431.041 |

Se quiere determinar el tamaño de la muestra de los colegios (públicos y privados) con una confianza del 95% y un error del 8%, para estimar:

a) El promedio de alumnos por colegio. b) La proporción de colegios privados.

c) La razón profesores y alumnos. (E = 0.02).

*Nota: En el último capítulo sobre muestreo se plantean más problemas*

## Respuestas a los ejercicios para resolver

### Medias muestrales

1) $P_{(\bar{x}>7?)} = 0,26\ \%$ $Z = 2,8$

2) a) $P_{(\bar{x}>60)} = 2,27\ \%$ $Z = 2$

b) $P_{(\bar{x}<60)} = 15,87\ \%$ $Z = -1$

3) $P_{(\bar{x}>63.000)} = 0$ $Z = 5,37$

4) $P_{(\bar{x}<60)} = 1,1\ \%$ $Z = -2,29$

5) $P_{(\bar{x}>220.000)} = 0,48\ \%$ $Z = 2,59$

6) $P_{(50<\bar{x}<70)} = 97,59\ \%$ $Z = -2$ y $Z = 3$

7) $P_{(\bar{x}<137.000)} = 0,78\ \%$ $Z = -2,42$

8) $P_{(\bar{x}>1,02)} = 85,54\ \%$ $Z = -1,06$

9) $P_{(\bar{x}\leq 20.600)} = 6,81\ \%$ $Z = -1,49$

10) $P_{(\bar{x}>12?.000)} = 17,62\%$ $Z = 0,93$

11) a) $P_{(\bar{x}>113.500)} = 5,05\%$ $Z = 1,64$

b) $P_{(111.500>\bar{x}>113.200)} = 38,63\%$; $Z = -0,55$ ; $Z = 1,31$

12) a) $S = 10,20$ ; b) $\binom{5}{2} = 10$ ; $N' = 25$

c) $\bar{x}_1 = 49$ ; $\bar{x}_2 = 53$ ; $\bar{x}_? = 47, etc$ d) $\mu_{\bar{x}} = \mu = 56$

13) $P_{(\bar{x}<15,3)} = 11,5?\ \%$ $Z = -1,2$

14) $P_{(\bar{x}>7?)} = 6,68\ \%$ $Z = 1,5$

15) $P_{(\bar{x}>328)} = 0,26\ \%$ $Z = 2,8$

16) $P_{(|\bar{x}-\mu|>(?))} = 4,54\ \%$ $Z = -2$ y $Z = 2$

17) $P_{(|\bar{x}-\mu|>(4))} = 2,5\ \%$ $Z = -2,24$ y $Z = 2,24$

18) $P_{(\bar{x}<680)} = 2,27\ \%$ $Z = -2$

19) $P_{(\bar{x}<7,5)} = 4,85\ \%$ $Z = -1,66$ ; $\sigma = 2,17$

### Medias proporcionales

1) $P_{(p\leq 0,22)} = 33,72\ \%$ $Z = -0,42$

2) $P_{(p>|0,08|)} = 9,10\ \%$ $Z = 1,69$ y $Z = -1,69$

3) $P_{(p>0,95)} = 9,18\ \%$ $Z = 1,33$

4) $P_{(p<0,25)} = 89,44\ \%$ $Z = 1,25$

5) $P_{(p>0,50)} = 99,56\ \%$ $Z = -2,62$

6) $P_{(p\geq 0,2)} = 0,26\%$ $Z = 2,79$

7) $P_{(p\geq 0,28)} = 19,77\%$ $Z = 0,85$

8) $P_{(p\leq 0,27)} = 5,94\%$ $Z = -1,56$

9) $P_{(p\leq 0,08)} = 17,36\%$ $Z = -0,94$

10) $P_{(p<0,36)} = 85,31\%$ $Z = 1,05$

11) $P_{(p>0,82)}=13,79\ \%$ ; $Z=1,09$

12) $P_{(p>?)}=22,5\ \%$ ; $p=13,8\ \%$
$Z=0,76$

13) $P_{(p>0,68)}=26,43\ \%$ $Z=0,63$

14) $P_{(p\geq 0,20)}=0,26\ \%$ $Z=2,80$

15) $P_{(p>0,20)}=10,56\ \%$ $Z=1,25$

16) $P_{(p\leq 0,49)}=11,31\%$ $Z=-1,21$

17) $P_{(p>0,25)}=98,46\ \%$ $Z=-2,16$

19) $P_{(68\%<p<75\%)}=91,59\ \%$ ; $Z=-1,38$
$y\ \ Z=3,45$

20) $P_{(p<0,12)}=28,10\ \%$ $Z=-0,58$

21) $P_{(p<?)}=0,45$ ; $p=9,35\%$ ; $Z=-0,13$

22) $P_{(p\geq 0,05)}=2,12\ \%$ $Z=2,03$

23) $P_{(p>0,08)}=82,64\ \%$ $Z=-0,94$

24) $P_{(0,7>p>0,9)}=8,02\%$ $Z=1,75\ \ y\ \ Z=-1,75$

18) a) $P=0,6$ ; b) 0,5 ; 1 ; 0,5 ; 0 ; 0,5 ; 0,5 ; 1 ; 0,5 ; $P=\frac{6}{10}=0,6$

**Diferencias entre dos medias muestrales**

1) $P(\bar{x}-\bar{y}>|40|)=77,04\%$ $Z=0,74\ y\ Z=-6,69$

2) a) $P(\bar{x}-\bar{y}>160)=97,73\%$ $Z=-2$; b) $P(\bar{x}-\bar{y}>250)=0,62\%$; $Z=2,5$

3) $P(\bar{x}-\bar{y}>0)=98,17\%$ $Z=-2,09$

4) a) $P(\bar{x}-\bar{y}>0,6)=65,54\%$ $Z=-0,4$; b) $P(\bar{x}-\bar{y}>-0,6)=5,48\%$; $Z=-1,6$

5) $P(\bar{x}-\bar{y}>-2)=6,30\%$ $Z=-1,53$

6) $P(\bar{x}-\bar{y}<0)=1,13\%$ $Z=-2,28$

7) $P(\bar{x}-\bar{y}<0)=0,66\%$ $Z=-2,48$

8) $P(\bar{x}-\bar{y}>|150|)=97,56\%$ $Z=$ [illegible] $Z=13,79$

9) $P(\bar{x}-\bar{y}>|21|)=0,46\%$ $Z=2,83$ y $Z=-2,83$ $A($[illegible]$)$

**Diferencias entre dos proporciones**

1) $P(P_1-P_2\geq 0)=8,69\%$ $Z=1,36$

2) $P(P_1-P_2\geq |0,03|)=34,90\%$ $Z=0,43$ y $Z=-2,16$

3) $P(P_1-P_2\geq |0,22|)=5,62\%$ $Z=1,91$ y $Z=-1,91$

4) $P(P_1-P_2>|0,10|)=3,58\%$ $Z=2,10\ y\ Z=-2,10$

5) $P(P_1-P_2>0)=5,05\%$ $Z=1,64$

6) a) $P_{(P_1-P_2>|0,06|)}=$[illegible]$4,6\%$ $Z=-1,16\ y\ Z=1,16$

b) $P(P_1-P_2>0,05)=16,85\%$ $Z=-0,96$

7) a) $P_{(P_1-P_2>|0,03|)}=62,1\%$ $Z=1,17\ y\ Z=0$ ; b) $P(P_1-P_2>0)=27,76\%$; $Z=0,59$

8) $P(P_1-P_2>-3\%)=8,69\%$; $Z=-1,36$; b) $P(P_1-P_2>3\%)=63,31\%$; $Z=-0,34$

9) $P(P_1-P_2>|0,22|)=6,14\%$ $Z=1,87\ y\ Z=-1,87$

10) $P(P_1-P_2<|0,03|)=31,87\%$ $Z=3,3\ y\ Z=0,47$