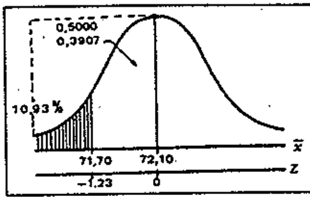
Ejercicios resueltos

1. En una población normal, con media 72,1 y desviación estándar 3,1, encuentre la probabilidad de que en una muestra de 90 observaciones, la media sea menor que 71,7.

Solución:

$\mu = 72{,}1 \qquad \sigma = 3{,}1 \qquad n = 90 \qquad P(\bar{x} < 71{,}7) = ?$



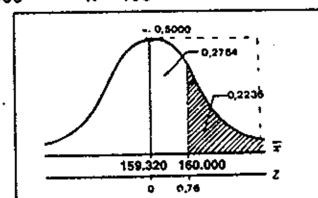
$$Z = \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma \big/ \sqrt{n}} = \frac{71{,}7 - 72{,}1}{3{,}1 \big/ \sqrt{90}} = \frac{-0{,}4\,(9{,}49)}{3{,}1} = -1{,}23$$

$z = -1{,}23 \rightarrow A\,(0{,}3907)$; $P = 0{,}5000 - 0{,}3907 = 0{,}1093 = 10{,}93\ \%$

2. En un banco de ahorros, la cuenta media es de \$159.320 con una desviación estándar de \$18.000. ¿Cuál es la probabilidad de que un grupo de 400 cuentas, elegidas al azar, tenga un depósito medio de \$160.000 o más?

Solución: $\mu = 159.320 \qquad P(\bar{x} \geq 160.000) = ? \qquad \sigma = 18.000 \qquad n = 400$

$$Z = \frac{160.000 - 159.320}{18.000 \big/ \sqrt{400}} = \frac{680\,(20)}{18.000} = 0{,}76$$



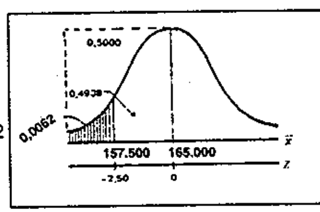
$z = 0{,}76 \rightarrow A\,(0{,}2764)$; $P = 0{,}5000 - 0{,}2764 = 0{,}2236$

$P(\bar{x} \geq 160.000) = 22{,}36\ \%$

3. En cierta región los salarios diarios de los mineros del carbón están distribuidos normalmente con una media de \$165.000 y una desviación estándar de \$15.000. ¿Cuál es la probabilidad de que una muestra representativa de 25 mineros tenga un promedio diario inferior a \$157.500.

Solución: $\mu = 165.000 \qquad P(\bar{x} < 157.500) = ? \qquad \sigma = 15.000 \qquad n = 25$

$$Z = \frac{157.500 - 165.000}{\dfrac{15.000}{\sqrt{25}}} = \frac{-7.500\,(5)}{15.000} = \frac{-37.500}{15.000} = -2{,}50$$



$z = -2{,}50 \rightarrow A\,(0{,}4938) \qquad P = 0{,}5000 - 0{,}4938 = 0{,}0062$

$P(\bar{x} < 157.500) = 0{,}62\ \%$

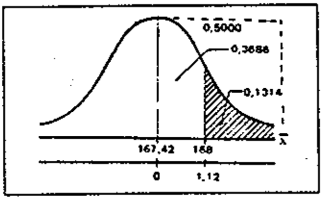
4. Las estaturas de cierto grupo de adultos tienen una media de 167,42 y una desviación estándar de 2,58 centímetros. Si las estaturas están normalmente distribuidas y se eligen aleatoriamente 25 personas del grupo, ¿cuál es la probabilidad de que su media sea de 168,00 centímetros o más?

Solución: $\mu = 167{,}42 \qquad P(\bar{x} \geq 168) = ? \qquad \sigma = 2{,}58 \qquad n = 25$

$$Z = \frac{168 - 167{,}42}{2{,}58 / \sqrt{25}} = \frac{0{,}58(5)}{2{,}58} = \frac{2{,}90}{2{,}58} = 1{,}12$$

$Z = 1{,}12 \rightarrow A(0{,}3686)$ $\qquad P = 0{,}5000 - 0{,}3686 = 0{,}1314$

$P_{(\bar{x} \geq 168)} = 13{,}14\ \%$



5. Si se extrae una muestra aleatoria de 36 elementos de una población, ¿cuántos elementos debe contener otra muestra de la misma población, para que el error estándar de la media de la segunda muestra sea 2/3 del error estándar de la media de la primera muestra?

Solución: $n_1 = 36$

$$\frac{2}{3}\frac{\sigma}{\sqrt{n_1}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \qquad \frac{2}{3}\left(\frac{\sigma}{6}\right) = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \qquad \frac{\sigma}{9} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \qquad \sqrt{n} = 9 \qquad n = 81$$

6. Si se extraen dos muestras aleatorias de una misma población, y si el error estándar de la media de una de ellas es **k** veces el error estándar de la media de otra, ¿cuál es la relación entre los tamaños de ambas muestras?

Solución: $K\frac{\sigma}{\sqrt{n_1}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n_2}} \qquad K\sqrt{n_2} = \sqrt{n_1} \qquad K^2 n_2 = n_1$

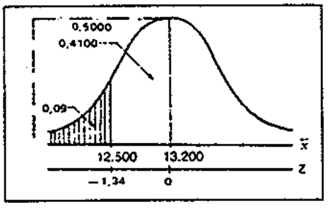
7. Los salarios diarios en cierta industria están distribuidos normalmente con una media de $13.200. Si el 9% de las medias de los salarios diarios en muestras de 25 obreros, es inferior a $12.500, ¿cuál es la desviación estándar de los salarios diarios en esta industria?

Solución: $\mu = 13.200 \qquad P_{(\bar{x} < 12.500)} = 0{,}09 \qquad n = 25 \qquad \sigma = ?$

$A(0{,}4100) \rightarrow Z = -1{,}34$

$-1{,}34\ \sigma = (12.500 - 13.200)\sqrt{25}$

$$\sigma = \frac{(-700)(5)}{-1{,}34} = 2.611{,}94$$



8. Supongamos que se tienen, en una urna, 500 fichas numeradas 1, 2, 3, ... 499, 500. Después de mezclarlas completamente, se sacan 16 fichas aleatoriamente. ¿Cuál es la probabilidad de que la suma sea mayor de 3.000?

Solución:

$$\sum_{i=1}^{500} x_i = \frac{n(n+1)}{2} = \frac{500(501)}{2} = 125.250 \qquad \mu = \frac{\sum x_i}{N} = \frac{125.250}{500} = 251$$

(*Ver propiedades de la sumatoria*)

$$\sum_{i=1}^{500} X_i^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} = \frac{500(501)(1.000+1)}{6} = 41.791.750$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum X_i^2}{N} - \mu^2 = \frac{41.791.750}{500} - 251^2 = 20.582,50 \quad ; \quad \sigma = \sqrt{20.582,50} = 143,46$$

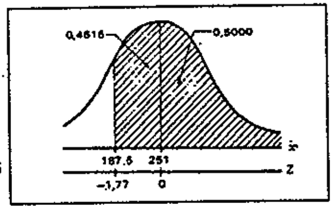
$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{3.000}{16} = 187,50$$

$P(\bar{x} > 187{,}50) = ?$

$$Z = \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}} = \frac{187,5 - 251}{143,46 / \sqrt{16}} = \frac{-63,5(4)}{143,46} = -1,77$$

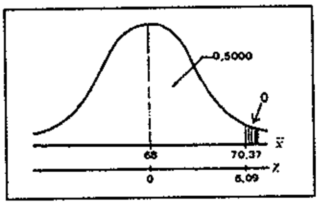
$Z = -1,77 \rightarrow A(0,4616) \qquad P = 0,5000 + 0,4616 = 0,9616$

$P(\bar{x} > 187{,}50) = 96,16\ \%$



9. Si los pesos individuales de las personas que viajan en avión se distribuyen normalmente con media de 68 kilos y desviación típica de 3,5 kilos, ¿cuál es la probabilidad de que un Boeing 707 con 81 pasajeros pese más de 5.700 kilos?

Solución: $\mu = 68 \qquad \sigma = 3,5 \qquad n = 81$



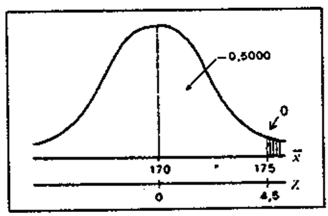
$$\bar{x} = \frac{5.700}{81} = 70,37 \qquad P(\bar{x} > 70{,}37) = ?$$

$$Z = \frac{70,37 - 68}{3,5 / \sqrt{81}} = \frac{2,37(9)}{3,5} = \frac{21,33}{3,5} = 6,09$$

$Z = 6,09 \rightarrow A(0,5000) \qquad P(\bar{x} > 70{,}37) = 0$ (muy pequeña la probabilidad)

10. Las estaturas de los estudiantes de una universidad se distribuyen normalmente con media de 170 centímetros y desviación típica de 10 centímetros. Si se toma una muestra de 81 estudiantes, ¿cuál es la probabilidad de que tengan una estatura superior a 175 centímetros?

Solución: $\mu = 170 \qquad \sigma = 10 \qquad P(\bar{x} > 175) = ? \qquad n = 81$



$$Z = \frac{175 - 170}{10 / \sqrt{81}} = \frac{5(9)}{10} = \frac{45}{10} = 4,5$$

$Z = 4,5 \rightarrow A(0,5000) \qquad P(\bar{x} > 175) = 0$

(muy pequeña la probabilidad)

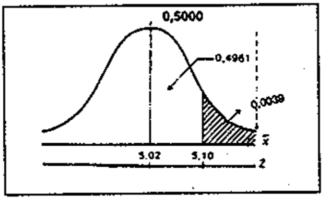
11. Quinientos cojinetes de bolas tienen un peso medio de 5,02 onzas y una desviación de 0,30 onzas. Hallar la probabilidad de que una muestra al azar de 100 cojinetes, elegidos entre este grupo, tengan un peso de más de 5,10 onzas.

Solución: $\mu = 5,02 \qquad \sigma = 0,30 \qquad n = 100 \qquad P(\bar{x} > 5{,}10) = ?$

$$Z=\frac{\bar{x}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}}=\frac{5,10-5,02}{0,30/\sqrt{100}}=2,66$$

$Z=2,66 \rightarrow A(0,4961)$

$P=0,5000-0,4961=0,0039 \qquad P_{(\bar{x}>5,10)}=0,39\ \%$



12. Una siderúrgica está produciendo actualmente cables para suspensión de puentes. La característica más importante de este producto es su resistencia, el peso que puede soportar antes de que se reviente. Por experiencias pasadas se sabe que el promedio de la resistencia es de 6 toneladas con desviación típica de 3/4 de tonelada. Para efectos de control, se selecciona una muestra de 9 cables y se adopta la siguiente regla de decisión:
 Si la resistencia promedio está por encima de 6,5 toneladas o por debajo de 5,5, se suspende el proceso. Si está entre 5,5 y 6,5 se deja tal como está.

a) ¿Cuál es la probabilidad de detener el proceso si la media de la producción es aún de 6 toneladas?
b) ¿Cuál es la probabilidad de detener el proceso si la media de la producción ya no es 6 toneladas sino 6,18 toneladas?
c) ¿Cuál es la probabilidad de continuar el proceso si el promedio es en realidad de 6,4 toneladas? ¿Si es de 5,8 toneladas?

Solución: $\mu=6 \qquad \sigma=\frac{3}{4}=0,75 \qquad n=9$

Si $6,5<\bar{x}<5,5$ Se suspende el proceso

Si $5,5<\bar{x}<6,5$ Se deja tal como está

a) Siendo $\mu=6$ ¿cuál es la probabilidad de detener el proceso?

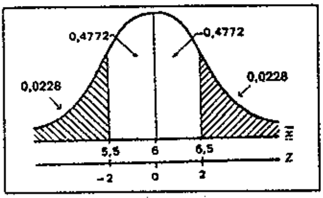
$$Z=\frac{6,5-6}{0,75/3}=\frac{0,5(3)}{0,75}=\frac{1,5}{0,75}=2$$

$$Z=\frac{5,5-6}{0,75/3}=\frac{-0,5(3)}{0,75}=\frac{-1,5}{0,75}=-2$$

$Z=2 \rightarrow A(0,4772) \ ; \quad Z=-2 \rightarrow A(0,4772)$

$0,4772+0,4772=0,9544$ ó $A\ (0,4773)$

$P=1-0,9544=0,0456=4,56\ \%$



b) Siendo $\mu=6,18$ ¿cuál es la probabilidad de detener el proceso?

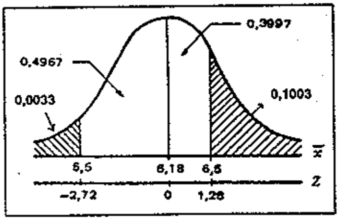
$$Z=\frac{6,5-6,18}{0,75/3}=\frac{0,32(3)}{0,75}=\frac{0,96}{0,75}=1,28$$

$$Z=\frac{5,5-6,18}{0,75/3}=\frac{-0,68(3)}{0,75}=\frac{-2,04}{0,75}=-2,72$$

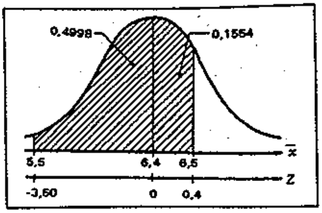
$Z=1,28 \rightarrow A(0,3997) \ ; \quad Z=-2,72 \rightarrow A(0,4967)$

$0,3997+0,4967=0,8964$

$P=1-0,8964=0,1036=10,36\ \%$



c) Siendo $\mu = 6,4$ ¿Cuál es la probalilidad de continuar el proceso?



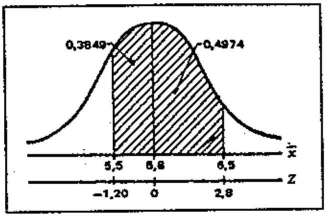
$$Z = \frac{6,5-6,4}{0,75/3} = \frac{0,1(3)}{0,75} = \frac{0,3}{0,75} = 0,40$$

$$Z = \frac{5,5-6,4}{0,75/3} = \frac{-0,9(3)}{0,75} = \frac{-2,7}{0,75} = -3,60$$

$Z = 0,40 \rightarrow A(0,1554)$; $Z = -3,60 \rightarrow A(0,4998)$

$P = 0,1554 + 0,4998 = 0,6552 = 65,52\ \%$

d) Siendo $\mu = 5,8$ ¿Cuál es la probabilidad de continuar el proceso?



$$Z = \frac{6,5-5,8}{0,75/3} = \frac{0,7(3)}{0,75} = \frac{2,1}{0,75} = 2,80$$

$$Z = \frac{5,5-5,8}{0,75/3} = \frac{-0,3(3)}{0,75} = \frac{-0,9}{0,75} = -1,20$$

$Z = 2,80 \rightarrow A(0,4974)$; $Z = -1,20 \rightarrow A(0,3849)$

$P = 0,4974 + 0,3849 = 0,8823 = 88,23\ \%$

13. Suponga que una máquina produce tornillos cuyos diámetros se distribuyen normalmente con media $\mu = \frac{1}{2}$ pulgada y una desviación típica $\sigma = 0,01$ pulgadas. ¿Cuál es la probabilidad de que el diámetro medio esté comprendido entre 0,49 y 0,51, para una muestra de 4 tornillos?

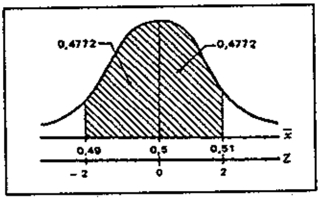
Solución: $\mu = 0,5$ $\sigma = 0,01$ $n = 4$ $P(0,49 < \bar{x} < 0,51) = ?$

$$Z = \frac{0,49-0,50}{\frac{0,01}{\sqrt{4}}} = \frac{-0,01(2)}{0,01} = -2 \quad ; \quad Z = \frac{0,51-0,50}{\frac{0,01}{\sqrt{4}}} = \frac{0,01(2)}{0,01} = 2$$

$Z = 2 \rightarrow A(0,4772)$ y $Z = -2 \rightarrow A(0,4772)$

$P = 0,4772 + 0,4772 = 0,9544$ ó $A(0,4773)$

$P(0,49 < \bar{x} < 0,51) = 95,44\ \%$



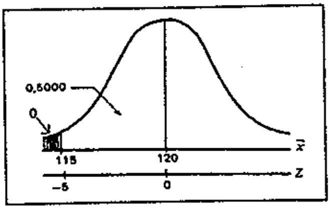
14. Una compañía productora de maíz híbrido afirma que sus productos darán, por término medio, 120 bultos por hectárea. Veinticinco hectáreas producen, en promedio, 115 bultos. Si se supone que la desviación típica σ es de 5 bultos por hectárea, ¿cuál es la probabilidad de obtener una media muestral de 115 o menos?

Solución: $\mu = 120$ $n = 25$ $\bar{x} = 115$ $\sigma = 5$ $P(\bar{x} \leq 115) = ?$

$$Z = \frac{\bar{x}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}} = \frac{115-120}{\frac{5}{\sqrt{25}}} = \frac{-5(5)}{5} = -5$$

$Z = -5 \rightarrow A(0,5000)$ $P(\bar{x} \leq 115) = 0$

(la probabilidad es muy pequeña)



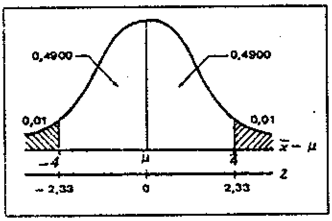
15. En una distribución normal se seleccionan todas las posibles muestras de tamaño 10; si el 2% de estas muestras tienen medias que difieren de la media poblacional en más de 4 en valor absoluto, encontrar la desviación estándar de la población.

Solución: $n = 10$ $\sigma = ?$ $P_{(\bar{x} - \mu > |4|)} = 0,02$ $\mu - \bar{x} = 4$ $\mu - \bar{x} = -4$

$A(0,4900) \to Z = 2,33$

$2,33 = \dfrac{4}{\dfrac{\sigma}{\sqrt{10}}}$ $2,33\,\sigma = 4(3,16)$

$\sigma = \dfrac{4(3,16)}{2,33} = 5,42$



16. Ciertos tubos fabricados por una compañía tienen una duración media de 900 horas y una desviación típica de 70 horas. Hallar la probabilidad, al seleccionar al azar 36 tubos, de que tengan una duración media entre 870 y 925 horas.

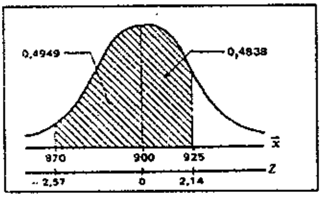
Solución: $\mu = 900$ $\sigma = 70$ $n = 36$ $P_{(870 < \bar{x} < 925)} = ?$

$Z = \dfrac{870 - 900}{\dfrac{70}{\sqrt{36}}} = \dfrac{-30(6)}{70} = -2,57$

$Z = \dfrac{925 - 900}{\dfrac{70}{\sqrt{36}}} = \dfrac{25(6)}{70} = 2,14$

$Z = -2,57 \to A(0,4949)$ $Z = 2,14 \to A(0,4838)$

$P = 0,4949 + 0,4838 = 0,9787$ $P_{(870 < \bar{x} < 925)} = 97,87\ \%$



17. Se sabe que en cierta gran ciudad, los clientes de los restaurantes gastan en promedio \$2.980 en desayuno, con una desviación estándar de \$150. Si se pide a cada uno de 50 restaurantes que seleccionen al azar las cuentas de 100 personas y que informen sobre el consumo medio de esas 100 personas, ¿de cuántos restaurantes debe esperarse que informen sobre cuentas promedio, superiores a \$3.000?

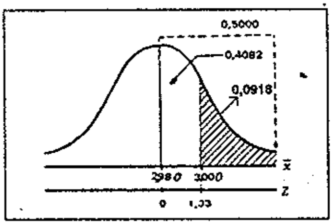
Solución: $\mu = 2.980$ $n = 100$ $\sigma = 150$ $P_{(\bar{x} > 3.000)} = ?$

$Z = \dfrac{\bar{x} - \mu}{\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}} = \dfrac{3.000 - 2.980}{\dfrac{150}{\sqrt{100}}} = \dfrac{20(10)}{150} = \dfrac{200}{150} = 1,33$

$Z = 1,33 \to A(0,4082)$

$P = 0,5000 - 0,4082 = 0,0918 = 9,18\ \%$

$E = np = 50(0,0918) = 5$



Debe esperar que 5 de los 50 restaurantes informen de cuentas promedio, superiores a \$ 3.000.

18. Los pesos de los paquetes recibidos en una bodega tienen una media de 580 libras y una desviación típica de 80 libras, ¿cuál es la probabilidad de que el peso de 49 paquetes recibidos al azar y cargados en un montacargas supere su capacidad de 30.000 libras?

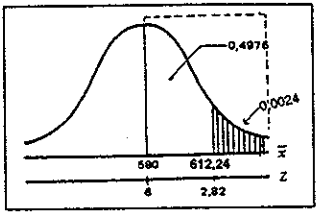
Solución: $\mu = 580$ $\quad n = 49$ $\quad P(\bar{x} > 612{,}24) = ?$ $\quad \sigma = 80$

$$\bar{x} = \frac{30.000}{49} = 612{,}24$$

$$Z = \frac{612{,}24 - 580}{\frac{80}{\sqrt{49}}} = \frac{32{,}24(7)}{80} = 2{,}82$$

$Z = 2{,}82 \rightarrow A(0{,}4976)$; $P(\bar{x} > 612{,}24) = 0{,}24\ \%$

$P = 0{,}5000 - 0{,}4976 = 0{,}0024$



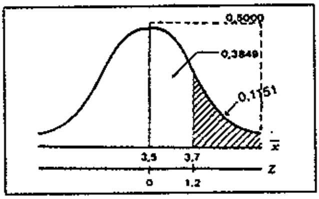
19. En una universidad el promedio de calificación, en exámenes de admisión, ha sido de 3,5 con una desviación típica de 1. ¿Cuál es la probabilidad, si el examen lo presentan 36 estudiantes, de que obtengan un promedio mayor de 3,7?

Solución: $\mu = 3{,}5$ $\quad \sigma = 1$ $\quad n = 36$ $\quad P(\bar{x} > 3{,}7) = ?$

$$Z = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} = \frac{3{,}7 - 3{,}5}{\frac{1}{\sqrt{36}}} = \frac{0{,}2(6)}{1} = 1{,}20$$

$Z = 1{,}20 \rightarrow A(0{,}3849)$; $P = 0{,}5000 - 0{,}3849 = 0{,}1151$

$P(\bar{x} > 3{,}7) = 11{,}51\ \%$



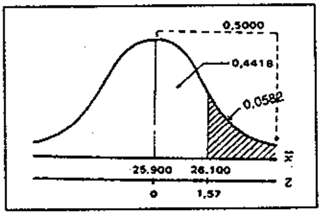
20. El valor promedio de los pedidos que hacen los detallistas de una ciudad a cierto mayorista es de \$25.900 diarios, con desviación estándar de \$1.800. Si elegimos al azar una muestra de 200 pedidos, ¿cuál es la probabilidad de que la media del valor de los pedidos sea superior a \$26.100?

Solución: $\mu = 25.900$ $\quad n = 200$ $\quad \sigma = 1.800$ $\quad P(\bar{x} > 26.100) = ?$

$$Z = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} = \frac{26.100 - 25.900}{\frac{1800}{\sqrt{200}}} = \frac{200(14{,}14)}{1800} = \frac{2828}{1800} = 1{,}57$$

$Z = 1{,}57 \rightarrow A(0{,}4418)$; $P = 0{,}5000 - 0{,}4418 = 0{,}0582$

$P(\bar{x} > 26.100) = 5{,}82\ \%$



Ejercicios para resolver
(Ver respuestas al final del capítulo)

1. Una firma de ingenieros ha estimado que el peso promedio de los adultos que vivirán en un edificio de apartamentos es de 68 kilos, con desviación estándar de 15 kls. De acuerdo a la anterior estimación, instalarán en el edificio un ascensor para 36 personas con capacidad de 2.700 kilos; si la estimación es correcta, ¿cuál es la probabilidad de que un cupo completo exceda la capacidad del ascensor?

2. Un distribuidor mayorista recibe mensualmente 70.000 pilas de 1,5 voltios. Para decidir si acepta o rechaza las pilas, utiliza la siguiente regla de decisión: mide la vida útil de 36 pilas. Si la media de la muestra es 60 o más horas, se acepta la totalidad; en caso contrario, se rechaza. ¿Cuál es la probabilidad de:
a) aceptar una remesa que tiene una vida útil de 59 horas y una desviación estándar de 3 horas?
b) rechazar un cargamento que tiene una vida útil de 60,5 horas y una desviación estándar de 3 horas?

3. El gerente de una cooperativa de ahorro y vivienda, estima que el promedio de ahorro por cliente en un mes es de $52.000 con una desviación típica de $12.296. ¿Cuál es la probabilidad de que al examinar 36 cuentas, el promedio de ahorro sea mayor de $63.000?

4. Un profesor sabe por experiencia que el examen final realizado a sus alumnos proporciona una calificación promedio de 68 y una varianza de 441. Su curso actual lo conforman 36 alumnos. ¿Cuál es la probabilidad de que el rendimiento medio sea menor de 60?

5. El gerente de una empresa asegura que su programa de entrenamiento en ventas permite aumentarlas más del 10% sobre $200.000 pesos, mensuales actuales, con una desviación estándar de 38.600. Si selecciona un grupo de 25 vendedores, ¿cuál es la probabilidad de que el gerente tenga la razón?

6. Un almacén ofrece cargos de empacadores de mercancía con un promedio de 58 cajas y desviación estándar de 16. En cada caja se pueden empacar 5 docenas de camisas, colocándole a cada una su marca distintiva. Si se toma una muestra aleatoria de 16 aspirantes a los cargos y se les somete a un día de prueba, ¿cuál es la probabilidad de que empaquen entre 50 y 70 cajas en el día?

7. A vendedores de libros, una distribuidora les asegura que además de su sueldo básico de $260.000 mensuales, obtendrán un promedio mensual de $140.000 por comisión. Si la distribuidora emplea a 25 vendedores,¿cuál es la probabilidad de que el ingreso promedio por comisión sea inferior a $137.000. Se admite que la comisión por venta de libros tiene una desviación típica de $6.200.

8. En un supermercado se establece que los paquetes de café de libra, tienen en promedio 1.03 libras, con una desviación típica de 0,05 libras. ¿Cuál es la probabilidad de seleccionar 28 paquetes (marcados como de libra) con un peso promedio superior a 1,02 libras?

9. Un auditor toma una muestra de tamaño 49, de una población de 800 cuentas por cobrar. La desviación estándar de la población es de $9.380 y la media es $22.600. ¿Cuál es la probabilidad de que la media de la muestra sea menor o igual a $20.600?

10. Un analista financiero selecciona una muestra aleatoria del 8% de 500 cuentas. La media y la desviación típica, de los saldos encontrados en las 500 cuentas son: $117.500 y $17.000 respectivamente. ¿Cuál es la probabilidad de que con dicha muestra se obtenga una media superior a $120.000?

11. El jefe de un departamento de ventas sabe que en el almacén principal, el promedio de compra por cliente es de $112.000 con una desviación estándar de $5.500. Si se toma una muestra de tamaño 36, ¿cuál es la probabilidad.
a) de que la media de la muestra sea superior a $113.500?
b) de que sea superior a $113.200 e inferior a 111.500?

12. Cinco estudiantes tienen, respectivamente, los siguientes pesos en kgrs.: 46, 52, 60, 48, 74.
a) Calcule la desviación estándar de la población.
b) Tómese una muestra aleatoria de tamaño $n = 2$ de la población $N = 5$ estudiantes: ¿cuántas muestras pueden ser seleccionadas?
c) Hacer una lista de todas las muestras posibles y encontrar las medias muestrales.
d) Calcular el promedio de todas las medias muestrales.

13. Una fábrica produce correas cuyo diámetro promedio es de 16 mm. y desviación típica de 3,5 mm. Si se selecciona una muestra de 36 correas,¿cuál es la probabilidad de que la media muestral sea menor o igual a 15,3 mm?

14. Se sabe por experiencia que el rendimiento promedio por hectárea, en un cultivo, es de 70 bultos y la desviación típica de 20 bultos. Si se selecciona una muestra de 36 hectáreas, ¿cuál es la probabilidad de que el rendimiento medio sea superior a 75 bultos?

15. Las cajas de cartón que contienen un determinado artículo producido por un establecimiento industrial tienen un peso medio de 300 kgs, y una varianza de 2.500 kgs. ¿Cuál es la probabilidad de que 25 paquetes, tomados al azar, y cargados en un camión de distribución del producto, excedan la capacidad del camión, de 8.200 kgs?

16. Si la desviación típica de las estaturas de niños de kinder es de 5 centímetros,¿cuál es la probabilidad de que la estatura promedio de una muestra al azar de 100 niños, difieran en más de un centímetro?

17. Si la desviación típica de las calificaciones de estadística en el quinto semestre es de 8 décimas, ¿cuál es la probabilidad, en una muestra de 20 estudiantes, de que la diferencia entre la media muestral y la población sea mayor en 4 décimas?

18. Un fabricante de bombillas dice que su producto tiene una media de duración de 700 horas, con varianza de 14.400 horas. El dueño de un taller compró 144 bombillas de esta marca con la idea de comprar más, si la duración media de la muestra le resultara superior a 680 horas; ¿qué probabilidad hay de que el dueño del taller no vuelva a hacer compras de esa marca?

19. Un distribuidor de botas especiales para el trabajo, garantiza al gerente de una empresa que el promedio de duración de las botas es de 8,10 meses, con una desviación típica de dos meses y cinco días. Si se decide la empresa a comprar 36 pares de botas, ¿cuál es la probabilidad, que en promedio la duración sea inferior a los 7 meses y quince días?

Distribución muestral de una proporción

En el análisis de una característica cualitativa o atributo, se emplea la proporción de éxitos y no el número de éxitos como en la distribución binomial.

Anteriormente se definió la proporción de éxitos como : $P = \dfrac{\textit{Número de casos favorables o éxitos}}{\textit{Total de casos posibles}}$.

Ahora, en vez de expresar la variable en términos de éxitos (X) nos referiremos, al número de atributos en la muestra (a) y lo dividimos por el tamaño de la muestra n.

$$p = \frac{\sum a_i}{n} = \frac{\textit{Número de éxitos}}{\textit{Tamaño de la muestra}}$$

SIMBOLOGIA

$A = \sum A_i$ Total de elementos que presentan la característica en la población $A = \sum A_i = NP$

$\mu_p = P = \overline{P}$ $P = \dfrac{A}{N} = \dfrac{\sum A_i}{N}$ Proporción de elementos que presenta la característica en la población .

$Q = \dfrac{N - A}{N} = 1 - P$ Proporción de elementos que no presenta la característica. $P + Q = 1$

$\sigma_P^2 =$ Varianza de la proporción en la población $\sigma_P^2 = PQ$

$\sigma_p =$ Desviación estándar $\sigma_p = \sqrt{PQ}$ $\sigma_{\bar{p}} = \dfrac{\sigma_p}{\sqrt{n}} = \sqrt{\dfrac{PQ}{n}}$

Error estándar de la proporción

~~27. Suponga que una compañía desea estimar la proporción de cuentas que incluyen gastos por trabajo y monto total del año anterior. Suponga que se ha fijado una confianza del 95% y un error del 5% ¿Qué tamaño de muestra se debe seleccionar, si una encuesta preliminar de 30 cuentas dio como resultado 12 tarjetas que incluyen gastos por trabajo y el total fue de \$540.000,oo, con una desviación típica de \$2.000,oo?~~

~~28. Se tomó una encuesta preliminar de 100 colegios de secundaria, de un total de 4.680, dando los siguientes resultados:~~

Tipo de colegio	Cantidad de colegios	Número de estudiantes $\sum x_i$	$\sum x_i^2$	Nº de profesores $\sum y_i$	$\sum y_i^2$	$\sum y_i x_i$
Públicos	54	[illegible].281	29.881.219	2.024	111.090	1.729.349
Privados	46	13.707	6.366.785	1.0[illegible]	33.119	431.041

~~Se quiere determinar el tamaño de la muestra de los colegios (públicos y privados) con una confianza del 95% y un error del 8%, para estimar:~~

~~a) El promedio de alumnos por colegio. b) La proporción de colegios privados.~~

~~c) La razón profesores y alumnos. (E = 0.02).~~

Nota: En el último capítulo sobre muestreo se plantean más problemas

Respuestas a los ejercicios para resolver

Medias muestrales

1) $P_{(\bar{x}>75)} = 0,26\ \%$ $Z = 2,8$

2) a) $P_{(\bar{x}>60)} = 2,27\ \%$ $Z = 2$

b) $P_{(\bar{x}<60)} = 15,87\ \%$ $Z = -1$

3) $P_{(\bar{x}>63.000)} = 0$ $Z = 5,37$

4) $P_{(\bar{x}<60)} = 1,1\%$ $Z = -2,29$

5) $P_{(\bar{x}>220.000)} = 0,48\ \%$ $Z = 2,59$

6) $P_{(50<\bar{x}<70)} = 97,59\ \%$ $Z = -2$ y $Z = 3$

7) $P_{(\bar{x}<137.000)} = 0,78\ \%$ $Z = -2,42$

8) $P_{(\bar{x}>1,02)} = 85,54\ \%$ $Z = -1,06$

9) $P_{(\bar{x}\leq 20.600)} = 6,81\%$ $Z = -1,49$

10) $P_{(\bar{x}>120.000)} = 17,62\%$ $Z = 0,93$

11) a) $P_{(\bar{x}>113.500)} = 5,05\%$ $Z = 1,64$

b) $P_{(111.500>\bar{x}>113.200)} = 38,63\%$; $Z = -0,55$; $Z = 1,31$

12) a) $S = 10,20$; b) $\binom{5}{2} = 10$: $N^n = 25$

c) $\bar{x}_1 = 49$; $\bar{x}_2 = 53$: $\bar{x}_3 = 47$, etc d) $\mu_{\bar{x}} = \mu = 56$

13) $P_{(\bar{x}<15,3)} = 11,51\%$ $Z = -1,2$

14) $P_{(\bar{x}>75)} = 6,68\ \%$ $Z = 1,5$

15) $P_{(\bar{x}>328)} = 0,26\ \%$ $Z = 2,8$

16) $P_{(\bar{x}-\mu>(5))} = 4,54\ \%$ $Z = -2$ y $Z = 2$

17) $P_{(\bar{x}>\mu>|4|)} = 2,5\ \%$ $Z = -2,24$ y $Z = 2,24$

18) $P_{(\bar{x}<680)} = 2,27\ \%$ $Z = -2$

19) $P_{(\bar{x}<7,5)} = 4,85\ \%$ $Z = -1,66$; $\sigma = 2,17$

~~Medias proporcionales~~

~~1) $P_{(p\leq 0,22)} = 33,7[illegible]\ \%$ $Z = -0,42$~~

~~2) $P_{(p>|0,28|)} = 9,10\ \%$ $Z = 1,[illegible]$ y $Z = -1,69$~~

~~3) $P_{(p>0,95)} = 9,18\ \%$ $Z = 1,33$~~

~~4) $P_{(p<0,25)} = 89,44\ \%$ $Z = 1,25$~~

~~5) $P_{(p>0,50)} = 99,56\ \%$ $Z = -2,62$~~

~~6) $P_{(p\geq 0,2)} = 0,26\%$ $Z = 2,79$~~

~~7) $P_{(p\geq 0,28)} = 19,77\%$ $Z = 0,85$~~

~~8) $P_{(p\leq 0,27)} = 5,94\%$ $Z = -1,56$~~

~~9) $P_{(p\leq [illegible])} = 17,36\%$ $Z = -0,94$~~

~~10) $P_{(p<0,36)} = 85,31\%$ $Z = 1,05$~~