R/ Se observa que $P_1 - P_2 = 0$ y se ubica dentro de los límites, por lo tanto se puede concluir que la diferencia entre estas dos proporciones de preferencia no es significativa al nivel del 1%.

3. Se quiere poner en marcha un plan de incentivos al personal de una empresa. Por lo tanto, se realizan dos muestras aleatorias, una de tamaño 16 del personal de oficina y 22 del personal de operarios (planta). Recogida la información se encontró que el número de personas a favor de la propuesta de la directiva fue de 10 y 12 respectivamente. a) Fije límites de confianza del 95% para la diferencia del porcentaje de estas opiniones; b) ¿cree usted que los anteriores resultados permiten concluir que la aceptación de la nueva política de incentivos es igual para empleados y operarios? Nivel del 5%.

Solución: $p_1 = \frac{10}{16} = 0{,}63 \quad p_2 = \frac{12}{22} = 0{,}55 \quad v = 36 \quad t = 2{,}028$

a) $$\mu_{P_1 - P_2} = (0{,}63 - 0{,}55) \pm 2{,}028 \sqrt{\frac{0{,}63(0{,}37)}{16-1} + \frac{0{,}55(0{,}45)}{22-1}} = 0{,}08 \pm 0{,}34 \begin{cases} 0{,}42 \\ -0{,}26 \end{cases}$$

Nota: Es muy común, en el caso de muestras pequeñas, donde debe utilizarce la "t" de student, se obtenga la varianza pq dividiendo por n-1, tal como se hizo en el ejercicio anterior

b) 1) $H_0 : P_1 = P_2$ 2) $\alpha = 0{,}05$
$H_a : P_1 \neq P_2$

R/ Siendo $P_1 = P_2$, la diferencia de $P_1 - P_2 = 0$ ubicándose dentro de los límites que permiten la aceptación de la hipótesis nula (Ho), es decir, que los anteriores resultados no permiten concluir, una diferencia significativa de opinión respecto a los nuevos incentivos.

Ejercicios para resolver
(ver respuestas al final del capítulo)

1. El 20 de agosto, una encuesta a 200 electores, en un barrio de la ciudad, indicó que 120 estaban a favor del candidato X. Un mes después, una encuesta a 300 electores indicó sólo 150 a favor del mismo candidato.
a) Fije los límites de confianza del 95%
b) Utilizando un nivel de significación del 5%, ¿indica la anterior información que la popularidad del candidato disminuyó entre las dos muestras?
2. El director de una editorial de textos para secundaria, debe decidir sobre la publicación de un texto, siempre que las preferencias entre los colegios privados y públicos, sean iguales. Selecciona dos muestras de tamaño 10 y 18 respectivamente, encontrando aceptación de 6 y 10 colegios. De acuerdo a esos resultados fije límites de confianza del 90% para la diferencia.
3. Una empresa comercializadora que ofrece dos sistemas de pago a sus clientes, desea saber la proporción de cuentas por cobrar, con más de 60 días de vencidas. En el primer sistema la proporción es del 18%, mientras que en el segundo, del 10%. Fije límites de confianza del 95% para la diferencia entre estas dos proporciones, cuyos tamaños muestrales fueron 16 y 20 clientes respectivamente.
4. En una ciudad hay dos ligas de baloncesto con rivalidad en cuanto a la calidad de sus jugadores y de encestadores. Un deportista propone seleccionar al azar 20 jugadores de cada liga, de tal manera que cada jugador lance una sola vez desde un determinado punto. Realizados los lanzamientos se encontró que 14 de la liga A y 17 de la liga B encestaron. Fije límites de confianza del 95% para la diferencia entre estas proporciones.

Respuestas a los ejercicios para resolver

Muestras grandes

Distribución de medias muestrales

1. ($Z = -2{,}25 < -1{,}64$). Se está vendiendo por debajo del peso. b) Se rechaza algo cierto, error tipo I.
2. ($Z = 0{,}49 < 1{,}64$). No se requiere un tiempo mayor ($\sigma = 69{,}71$ minutos). Unilateral derecha. b) Si hay error, error tipo II.
3. ($Z = 1{,}62 > -2{,}33$). No se acepta lo anunciado por el gimnasio. Unilateral izquierda.
4. ($Z = -2{,}45 < -2{,}05$). Sí ha exagerado el concesionario. Unilateral izquierda.
5. ($Z = 1{,}94 > 1{,}64$) Sí se puede aceptar la afirmación del ejecutivo. Unilateral derecha.
6. ($Z = 1{,}28 < 1{,}64$) No se puede aceptar tal aseveración. Unilateral derecha. ($\sigma = 1{,}75$; $\bar{x} = 8{,}5$)
7. Al nivel del 1% la solución aumenta la producción de nitrato ($Z = 2{,}78 > 2{,}33$). Unilateral derecha.
8. ($Z = -3{,}02 < -1{,}64$). Es demasiado alto. b) No hay error, rechazamos algo falso.
9. ($Z = 1{,}13 < 2{,}33$). No es superior. Unilateral derecha.

Distribución de proporciones muestrales

1. ($Z = -2{,}31 > -2{,}33$). Si hay evidencia de que el tratamiento estuvo bien aplicado. Unilateral izquierda.
2. ($Z = -0{,}47 > -1{,}64$). El gerente no exagera. Unilateral izquierda.
3. ($Z = -1{,}33 > -1{,}64$). No es inferior. Unilateral izquierda.
4. ($Z = -1{,}92 < -1{,}64$). Proporciona evidencia suficiente. Unilateral izquierda; $p = 0{,}11$.
5. ($Z = 1{,}88 > 1{,}64$) ($p = 0{,}038$). Se rechaza la afirmación. Unilateral derecha.
6. ($Z = -0{,}43 > -1{,}64$). No se puede afirmar que sea inferior. Unilateral izquierda.
7. ($p = 0{,}88$) ($Z = -1{,}57 > -2{,}33$). No ha sido exagerada. Unilateral izquierda.
8. ($p = 0{,}48$) ($Z = -0{,}80 > -1{,}28$). Es válida la información. Unilateral izquierda.
9. ($p = 0{,}18$) ($Z = 1{,}35 < 2{,}57$). Es válida la información. Bilateral.

Distribución de diferencias entre dos medias muestrales

1. ($Z = -0{,}79 > -1{,}64$). No se debe aceptar. Unilateral izquierda.
2. ($Z = -3{,}96 < -1{,}96$). Sí se puede afirmar que hay diferencias. Bilateral $S_{\bar{x}-\bar{y}} = 3{,}79$.
3. ($Z = 1{,}71 > 1{,}64$). Si hay un mayor rendimiento en el torno diurno. Unilateral derecha.
4. ($Z = 3{,}29 > 1{,}28$). Sí se puede decir que aumentaron las ventas. Unilateral derecha.
5. ($Z = 2{,}99 > 2{,}33$). Sí se puede aceptar dicha información. Unilateral derecha.
6. ($Z = -3{,}23 < -1{,}96$). Sí hay una diferencia significativa. Bilateral.
7. ($Z = -0{,}52 > -1{,}64$). El promedio de la segunda variable no es superior. Unilateral izquierda.

Distribución de diferencias entre dos proporciones muestrales

1. ($P_1 = 0{,}64$; $P_2 = 0{,}71$); ($Z = -1{,}39 > -1{,}96$). La diferencia no es significativa. Bilateral.
2. ($p_1 = 0{,}20$; $P_2 = 0{,}17$); ($Z = 0{,}42 < 1{,}96$). El estado civil no influye en el rendimiento. Bilateral.
3. ($Z = -0{,}7 > -1{,}28$). No le dan la razón al jefe de personal. Unilateral izquierda.
4. ($Z = 0{,}62 < 1{,}64$) No confirma la afirmación del distribuidor. Unilateral.
5. ($Z = -0{,}98 > -1{,}96$) La proporción por sexo es igual. Bilateral.
6. A nivel del 5% la droga aplicada al grupo A es mejor ($Z = 3{,}47 > 1{,}64$) Unilateral.
7. ($Z = -0{,}9 > -2{,}33$) No hay efectividad en las reformas introducidas. Unilateral izquierda.
8. ($Z = 0{,}55 < 1{,}96$) No hay diferencia alguna. Bilateral.
9. ($Z = -7{,}25 < -1{,}65$) La del Sociólogo es correcta. Unilateral izquierda; $p_1 = 0{,}62$; $p_2 = 0{,}96$.
10. ($Z = -2{,}738 < -2{,}33$) Se puede aceptar. Unilateral izquierda.
11. ($Z = 2{,}98 > 1{,}64$) Sí influye. Unilateral derecha.
12. ($Z = -0{,}7$[illegible] $> -1{,}64$) La asistencia es igual. No es mayor. Unilateral izquierda.
13. R/ ($Z = -2{,}03 < 1{,}96$) Si es diferente. Bilateral.

Muestras pequeñas "t" student

Distribución de medias muestrales

1. $\upsilon = 15$; ($t = -2{,}90 < -2{,}131$). La máquina no funciona correctamente. Bilateral.
2. La diferencia es significativa; ($t = -3{,}39 < -2{,}093$) Bilateral. $\left(\bar{x}=75\ ;\ \hat{s}=9\right)$.
3. El curso no es superior; ($t = 0{,}93 < 2{,}492$). Unilateral derecha.
4. $\upsilon = 24$; ($t = -2{,}45 > -2{,}492$). No es inferior al señalado. Unilateral izquierda.
5. ($t = 0{,}45 < 1{,}699$). No podrá rechazar la afirmación del sindicato. Unilateral izquierda.
6. $(\bar{x}=7{,}5)$; No es inferior ($t = 0{,}83 > -1{,}71$). Unilateral izquierda. $\hat{s}=3{,}54$
7. ($t = 3{,}40 > 2{,}624$). Es prueba suficiente de que aumenta. Unilateral derecha.
8. $\bar{x}=161{,}92$; ($t = 0{,}23 < 2{,}718$). No hay evidencia. Unilateral derecha.
9. ($t=-2{,}44 > -2{,}896$). Es correcta la afirmación del fabricante. Unilateral izquierda. $\bar{x}=9{,}72$.
10. $\upsilon = 5$ ($t = -0{,}82 > -2{,}57$). Se debe creer lo ofrecido. Bilateral. $(\bar{x}=41;\ s=20{,}85)$

Distribución de proporciones muestrales

1. ($t= 0{,}89 < 1{,}729$). El porcentaje no es superior. Unilateral derecha.
2. ($t= 0{,}81 < 2{,}052$). El fabricante ha cumplido. Bilateral.
3. ($t= 0{,}78 > -1{,}699$). El encargado no exagera. Unilateral izquierda.
4. ($t= 0{,}40 < 2{,}567$). Se puede aceptar la afirmación del fabricante. Unilateral derecha.
5. ($t=-0{,}22 > -2{,}064$). Sí se puede justificar esta crítica. Bilateral.
6. ($t=-1{,}10 > -1{,}699$). No se puede asegurar que sea inferior. Unilateral izquierda.
7. ($t= 1{,}32 < 1{,}328$). No es mayor que el señalado. Unilateral derecha.
8. La nueva técnica no es mejor ($t = 0{,}735 < 2{,}492$). Unilateral derecha.

Distribucion de diferencias entre dos medias muestrales

1. $(s^2=24{,}24)$ No ha tenido el efecto esperado ($t = 1{,}08 < 1{,}725$). Unilateral derecha. $S_{\bar{x}-\bar{y}}=2{,}10$
2. No existe diferencia; ($t = 1{,}521 < 2{,}048$). Bilateral. $S_{\bar{x}-\bar{y}}=3{,}29$
3. ($t=-1{,}73 <$ [illegible]). Los empleados de B se pensionan a una edad mayor. Unilateral izquierda.
4. ($t=-0{,}85 > -1{,}7$[illegible]). B no produce mayor utilidad. Unilateral izquierda $S_{\bar{x}-\bar{y}}=0{,}742$.
5. ($t=-1{,}04 > -1{,}725$) No es más efectivo. Unilateral izquierda. $S_{\bar{x}-\bar{y}}=0{,}1917$.
6. a) ($t = 1{,}71 < 1{,}833$) Unilateral derecha. No se adoptaría. b) Sí hay error. c) $S_{\bar{x}-\bar{y}}=7{,}98$ ($t= 1{,}50 < 1{,}717$). No produce el efecto. Unilateral derecha.
7. ($t=-5{,}18 < -1{,}734$). Se puede concluir que es efectivo. Unilateral izquierda. $S_{\bar{x}-\bar{y}}=1{,}41$
8. ($t=-1{,}88 < -1{,}308$). Sí hay evidencia de que B > A. Unilateral izquierda. $S_{\bar{x}-\bar{y}}=10{,}64$
9. ($t= 4{,}97 > 1{,}746$). Sí hay evidencia de que se inicie más pronto. Unilateral derecha. $S_{\bar{x}-\bar{y}}=1{,}81$

Distribución de diferencias entre dos proporciones

1. ($t = 0{,}43 < 2{,}441$). No hay razón para tal afirmación, prueba unilateral derecha. $S_{p_1-p_2}=0{,}1631$
2. ($t = 1{,}90 > 1{,}$[illegible]). Si es válida la afirmación. Unilateral derecha.
3. ($t = 1{,}14 < 2{,}023$). No hay preferencia. Bilateral.
4. ($t =$ [illegible]$,05 < 2{,}064$). La preferencia no depende de los niveles de grasa. Bilateral.

Límites de confianza

Distribución de medias muestrales

1. $L_s = 212.367{,}2$ $\quad L_i = 211.632{,}8$ $\quad t=2{,}045$ $\quad \hat{s}=966{,}95$
2. a) $L_s =$ [illegible]$5{,}26$ $\quad L_i= 16{,}00$; $\quad t = 3{,}499$; b) ($t = -1{,}04 > -2{,}998$). Los resultados no son inferiores. Unilateral izquierda.
3. a) $L_s = 53.3$[illegible]$4{,}74$; $L_i= 53{,}311{,}92$; $t=2{,}11$; b) $\mu = 50$ cae fuera de los límites, por lo tanto $\mu \neq 50$. c) No hay error (se rechaza algo falso).
4. a) $L_s = 288{,}09$; $L_i= 274{,}35$. b) como $\mu = 280$ cae dentro de los límites, es cierta la afirmación.
5. a) $\mu = 120$ KPH; b) $L_s= 125{,}83$; $L_i= 114{,}17$; c) no cae dentro de los límites tanto μ es diferente a 100.

Distribución de proporciones muestrales

1. a) $L_s = 0{,}726$; $L_i = 0{,}474$. b) Al nivel del 1% el fabricante tiene razón ($Z = -0{,}41 < 2{,}57$). Bilateral. c) Se está aceptando algo falso. Error de Tipo II.
2. a) $L_s = 0{,}84$; $L_i= 0{,}76$ b) Como P= 0,85 se ubica fuera de los límites, no se puede aceptar dicha aseveración. c) 3,32%?
3. a) $L_s = 0{,}91$; $L_i = 0{,}79$. b) P= 0,8[illegible] cae dentro de los límites, por lo tanto no es diferente.
4. a) $L_s = 0{,}76$; $L_i = 0{,}54$. b) P= 0,56 cae dentro de los límites, por lo tanto no es diferente.

Distribución de diferencias entre dos medias muestrales

1. $L_s = 2{,}01$; $L_i = 18{,}01$. No existe diferencia significativa. $t = 2{,}771$; $s_{\bar{x}-\bar{y}}=3{,}61$.
2. a) $L_s = 4{,}30$; $L_i=-3{,}90$. b) $\mu_x = \mu_y$; $\mu_x - \mu_y = 0$. Se sitúa dentro de los límites, no hay desacuerdo. $t= 2{,}228$; $s_{\bar{x}-\bar{y}}=1{,}84$
3. a) $L_s = -23{,}54$; $L_i = -102{,}46$. b) $\mu_x - \mu_y = 0$. No se ubica dentro de los límites, luego se puede aceptar que existe una diferencia significativa. $s_{\bar{x}-\bar{y}}=18{,}78$; $t = 2{,}101$.
4. a) $L_s = 129{,}87$; $L_i = -929{,}87$; $t = 2{,}414$; $s_{\bar{x}-\bar{y}}=219{,}$[illegible]. c) ($p = 0{,}71$) ($Z = 2{,}56 > 1{,}64$). Se puede aceptar.

Distribución de diferencias entre dos proporciones

1. a) $Z= 1{,}96$	$p_1 - p_2 = 0{,}10$	$L_s = 0{,}19$	$L_i = -0{,}01$	
2. $t = 1{,}706$	$p_1 - p_2 = 0{,}04$	$L_s = 0{,}39$	$L_i = -0{,}3$[illegible]	$\upsilon = 26$
3. $t = 2{,}032$	$p_1 - p_2 = 0{,}08$	$L_s = 0{,}36$	$L_i = -0{,}20$	$\upsilon = 34$
4. $t = 2{,}024$	$p_1 - p_2 = -0{,}$[illegible]	$L_s = 0{,}11$	$L_i = -0{,}41$	$\upsilon = 38$

Síntesis del capítulo

Hoy en día se cuenta con cientos de procedimientos de pruebas estadísticas que pueden ser aplicadas a diferentes situaciones. Las más importantes se describen ampliamente en los diferentes textos de estadística, así, quien esté interesado no tendrá dificultad de encontrarlos junto con la guía de cómo hacerla. En esta unidad sólo se tomaron en cuenta cuatro tipos de pruebas, a saber: de una media aritmética, de una proporción, de la diferencia entre dos medias y la diferencia entre dos proporciones.

Además del desarrollo de estas pruebas, aplicadas en muestras grandes ($n > 30$) y muestras pequeñas ($n \leq 30$) que comprenden la distribución "t" de student, se emplearon además los términos de estimación puntual y de intervalos.

Se dice *estimación puntual* para designar el simple número que uno da a su mejor estimación de una cantidad desconocida. *Estimación de intervalo* a un conjunto de números entre los cuales se pretende que ha de estar la cantidad desconocida, con cierto grado de confianza o de seguridad.