2. Un test de psicología tenía un puntaje de 82 puntos; en un grupo de 20 estudiantes el puntaje fue de 75, con una desviación de 9 puntos. Al nivel del 5%, ¿se puede afirmar que la diferencia es significativa?

3. Un profesor realiza un examen a su curso y sabe, por experiencia, que proporciona un rendimiento de 78. Si su curso actual lo conforman 25 alumnos, y obtienen una nota promedio de 82 y desviación típica de 21, ¿acierta al suponer que es un curso superior? (1%).

4. El departamento de admisiones de una universidad sostiene que el promedio de calificación de los alumnos admitidos es de 380 puntos de un total de 450 que exige. Si se toma una muestra de 25 alumnos cuyo promedio es de 360, con una desviación típica de 40 puntos. Al nivel del 1%, ¿se puede afirmar que el puntaje de los admitidos es inferior al señalado?

5. El sindicato de empleados de establecimientos comerciales detallistas, sostiene que el salario medio por día de sus asociados es de $8.250. La asociación de dueños de establecimientos comerciales detallistas piensan, que el sindicato está subestimando el salario medio por día. En una muestra aleatoria de 30 empleados, la Asociación encuentra que el salario medio por día es de $8.500, con una varianza de $9.000.000. Si la asociación está dispuesta a rechazar una afirmación verdadera no más de 5 en 100 (95%), ¿rechazará la afirmación del sindicato?

6. Un distribuidor de botas especiales para trabajo, garantiza al gerente de una empresa, que el promedio de duración de las botas es de 8,10 meses. La empresa decide comprar 25 pares de botas, que en promedio duran 7 meses y 15 días, con una varianza de 12,5 meses. ¿Al nivel del 5% se podrá decir que la duración de las botas es inferior al señalado por el distribuidor?

7. Anteriormente, un determinado grupo de máquinas había tenido una duración media entre reparaciones de 200 horas de operación. El personal de este departamento recientemente terminó un programa de entrenamiento en el que se destacaba el mantenimiento preventivo del equipo. Las siguientes 15 reparaciones tuvieron una media de 210 horas entre cada una, con una desviación estándar de 11 horas. ¿Proporciona esto una prueba suficiente para concluir que el tiempo medio entre descompostura aumenta? (nivel del 1%).

8. Una muestra aleatoria simple de tamaño 12 de una población presentó los siguientes resultados:

128	158	174	201	193	160	172	120	125	136	184	192

¿Proporcionan estos datos evidencia suficiente para poder concluir que la media poblacional es superior a160? (nivel del 1%).

9. El fabricante de un cierto modelo de automóvil afirma que el kilometraje medio de este modelo es de 12 kmts. por litro de gasolina corriente. Un organismo de defensa del consumidor piensa que ese kilometraje promedio ha sido exagerado por el fabricante. Nueve automóviles de este modelo son conducidos del mismo modo con un litro de gasolina corriente. Los kilómetros recorridos por los diversos automóviles son:

12	11	10	10	5	11	5	11	12,5

Si el organismo desea rechazar una afirmación verdadera no más de una vez en 100, ¿rechazará la afirmación del fabricante?

10. Una distribuidora de gas ofrece a sus clientes el servicio en un máximo de espera de 48 horas. Se toma una muestra de seis hogares que hicieron pedidos y se encontró lo siguiente: 24, 20, 60, 72, 40, 30, ¿se puede creer lo ofrecido por la distribuidora?

Distribución de una proporción muestral

El proceso a seguir, en la corrección de la desviación típica de una proporción, al realizar una prueba de hipótesis, consiste en trabajar con n-1, es decir, se le resta 1 al tamaño de la muestra; lo

demás, es igual a lo visto hasta el momento para distribuciones de medias proporcionales. La fórmula a utilizar es:

$$t = \frac{p - P}{\sqrt{\dfrac{pq}{n-1}}}$$

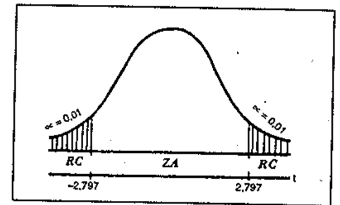
Ejemplos:

1. Se dice con frecuencia que la proporción de funcionarios públicos que tienen el hábito de fumar en horas de trabajo, es del 42%. La oficina gubernamental de salud desea realizar una campaña a fin de disminuir este porcentaje; para ello debe comprobar ese porcentaje, así que decide realizar una investigación por muestreo a 25 funcionarios encontrando que 13 de ellos fuman. ¿Al nivel del 1% la oficina puede aceptar el porcentaje del 42% como indicador?

Solución: $\mu_p = P = 42\ \%$ $\quad p = \frac{13}{25} = 0,52 \quad n = 25 \quad \upsilon = n - 1 = 24$

a) $H_0: \ \mu_p = 0,42$ $\qquad$ b) $\propto \, = \, 0,01$

$H_a: \ \mu_p \neq 0,42$ $\qquad$ c) $s_p = \sqrt{p\,q}$



$$t = \frac{0,52 - 0,42}{\sqrt{\dfrac{0,52\,(\,0,48\,)}{25-1}}} = 0,98$$

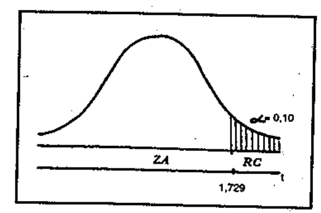
d) Sí hay razón para aceptar el % de 42, como indicador de fumadores en horas de trabajo, al nivel del 1%.

2. El distribuidor de una máquina afirma que el máximo de elementos defectuosos por hora que presente su funcionamiento es del 3%. En una determinada hora, se toman como muestra 20 artículos producidos, los que a su vez son sometidos a control, encontrando un artículo defectuoso. ¿Al nivel del 5% se podrá decir que el % de defectuosos es superior al señalado por el distribuidor?

Solución: $P = 3\ \%$ $\quad p = \frac{1}{20} = 0,05 = 5\ \% \quad n = 20$

a) $H_0: P = 0,03$ $\qquad$ b) $\propto \, = \, 0,05$

$H_a: P > 0,03$ $\qquad$ c) $s_p = \sqrt{p\,q}$



$$t = \frac{0,05 - 0,03}{\sqrt{\dfrac{0,05\,(\,0,95\,)}{20-1}}} = 0,4$$

d) No se puede concluir que el porcentaje de defectuosos sea superior al señalado por el distribuidor, al nivel del 5%.

Ejercicios para resolver
(ver respuestas al final del capítulo)

1. El gerente de una corporación de ahorros argumenta que el 30% de los clientes poseen un saldo aproximado a los $50.000. Desea confirmar tal apreciación, mediante una muestra aleatoria a 20 clientes elegidos al azar, de los

cuales 8 tienen saldo superior a los $50.000. Al nivel del 5% ¿se podrá decir que el porcentaje de ahorradores tienen saldos superiores a la afirmación hecha por el gerente?

2. Una papelería que tiene un alto volumen de ventas de elementos para estudiantes universitarios, recibe de un proveedor cierto artículo, con una garantía, del 3% de defectuosos. El dueño de la papelería desea saber si en los pedidos que hace se cumple la garantía, para ello toma una muestra de 28 artículos encontrando 2 con algún defecto. ¿Se puede decir que el fabricante no cumple con lo prometido?

3. Al frente de la universidad se instala una venta de comida rápida. El encargado del negocio encuentra que el 70% de los estudiantes prefieren el pastel de pollo, en vez de carne de res. Selecciona una muestra de 30 estudiantes para estudiar su preferencia, encontrando que 19 de ellos prefieren el pastel de pollo. ¿Se podrá afirmar que el encargado del negocio exagera el porcentaje?

4. Un fabricante de automóviles afirma que sus autos de tipo familiar, en el 86% de los casos pueden resistir un choque de frente a una velocidad inferior a los 70 k.p.h., si utilizan cierto equipo. Se toma una muestra de 18 vehículos que tienen este equipo; se encuentran que 16 autos resisten un choque de frente. ¿Se puede decir, al nivel del 1% que el equipo es mucho más efectivo que la afirmación del fabricante?

5. Una agencia de empleos, critica el hecho de que el 30% de las personas que son colocadas no pasan la prueba de trabajo en los tres meses. Se quiere comprobar esta crítica y del archivo de colocación de empleados, selecciona una muestra de 25 y se encuentra que 7 no pasaron la prueba. ¿Se puede justificar esta crítica?

6. Una dieta especial asegura su efectividad en un 70% de los casos. Se selecciona una muestra de 30 personas que la han seguido, encontrando que en 18 de ellos ha sido efectiva. ¿Se puede asegurar que el porcentaje de efectividad es inferior? Nivel del 5%.

7. La oficina de control de tránsito sostiene que el 30% de conductores de vehículos de servicio particular tienen el pase de conducción vencido. Se lleva a cabo una muestra de 20 conductores, encontrando que 9 de ellos tienen el pase vencido. ¿Al nivel del 10%, se puede afirmar que el porcentaje es mayor que el señalado por la oficina?

8. Un cirujano desarrolla una técnica quirúrgica nueva para una enfermedad, en la cual la mortalidad post-operatoria usual es del 25%. Aplica la técnica en 25 pacientes de los cuales mueren 8. ¿Cree usted que el cirujano considera que su técnica constituye un progreso con respecto al método de tratamiento anterior? (1%).

Distribución de diferencias entre dos medias

De acuerdo al teorema del Límite Central, cuando ambas variables presentan tamaños muestrales (n_1 y n_2) superiores a 30, tendran un comportamiento similar a la distribución normal, por lo tanto aplicamos Z. En el caso, que ambos tamaños muestrales sean menores o iguales a 30, se aplicará la distribución "t" de Student, trabajando de diferentes maneras, de acuerdo a la forma en que se dé la información. Veámoslos, bajo el supuesto de que las dos poblaciones de donde se extraen las dos muestras, tienen varianzas *poblacionales iguales* $\left(\sigma_x^2 = \sigma_y^2\right)$ supuesto que se cumple en la mayoría de los casos, lo cual permite calcular el error estandar de las diferencias entre las dos medias muestrales , así:

A) Cuando el ejercicio suministra información para cada una de las observaciones muestrales, es preferible calcular una varianza común para las dos muestras, siendo:

$$s^2 = \frac{\Sigma(x_i - \bar{x}) + \Sigma(y_i - \bar{y})^2}{n_1 + n_2 - 2} \quad \text{ó} \quad s^2 = \frac{\left[\Sigma x_i^2 - n_1 \bar{x}^2\right] + \left[\Sigma y_i^2 - n_2 \bar{y}^2\right]}{n_1 + n_2 - 2}$$

Con el resultado obtenido al aplicar la fórmula anterior, nos permite calcular el error estándar para la diferencia entre las medias muestrales.

$$s_{\bar{x}-\bar{y}} = \sqrt{\frac{s^2}{n_1} + \frac{s^2}{n_2}}$$

Ejemplos:

1. Un fabricante de cigarrillos analiza el tabaco de dos marcas diferentes, para determinar el contenido en nicotina y obtiene los resultados siguientes (en miligramos):

Marca A	24	26	25	22	23
Marca B	27	28	25	29	26

¿Los resultados anteriores, señalan que existe una diferencia en el contenido medio de nicotina en ambas marcas?

Solución: a) $H_o: \mu_x = \mu_y$ $\quad H_a: \mu_x \neq \mu_y$ b) $\alpha = 0{,}05$ c) $s_{\bar{x}-\bar{y}} = 1$

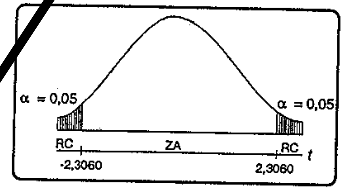
siendo $s^2 = \dfrac{\Sigma(x_i - \bar{x})^2 + \Sigma(y_i - \bar{y})^2}{n_1 + n_2 - 2}$ $\quad s_{\bar{x}-\bar{y}} = \sqrt{\dfrac{s^2}{n_1} + \dfrac{s^2}{n_2}}$ $\quad \Sigma(x_i - \bar{x})^2 = 10$

$\bar{x} = \dfrac{\Sigma x_i}{n} = \dfrac{120}{5} = 24$ $\quad \bar{y} = \dfrac{\Sigma y_i}{n} = \dfrac{135}{5} = 27$

$\Sigma\left(y_i - \bar{y}\right)^2 = 10$ $\quad s^2 = \dfrac{10+10}{5+5-2} = \dfrac{20}{8} = 2{,}5$

$s_{\bar{x}-\bar{y}} = \sqrt{\dfrac{2{,}5}{5} + \dfrac{2{,}5}{5}} = \sqrt{1} = 1$; $t = \dfrac{(24-27)}{1} = \dfrac{-3}{1} = -3$

$v = n_1 + n_2 - 2$; $v = 5+5-2 = 8$



f) Los resultados anteriores, señalan que existe una diferencia significativa en el contenido medio de nicotina en ambas marcas, al nivel del 5%.

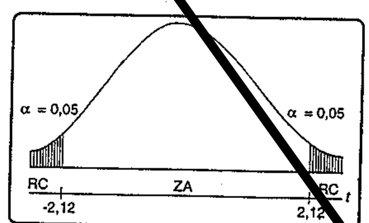
2. Las calificaciones obtenidas a través de dos muestras a estudiantes diurnos y nocturnos, respectivamente fueron:

Diurno	3,5	4,2	3,8	3,6	4,0	3,6	4,2	4,8	4,0	3,6
Nocturno	3,2	3,6	3,4	3,[illegible]	4,0	3,2	3,6	3,4		

¿Los anteriores resultados, permiten concluir, que hay una diferencia en el rendimiento diurno y nocturno?

Solución:

a) $H_o: \mu_x = \mu_y$ $\quad H_a: \mu_x \neq \mu_y$ b) $\alpha = 0{,}05$; $\bar{x} = 3{,}93$ $\quad \bar{y} = 3{,}53$



$$s^2 = \frac{\left[155{,}89 - 10(3{,}93)^2\right] + \left[99{,}96 - 8(3{,}53)^2\right]}{10 + 8 - 2} = 0{,}11$$

$$t = \frac{\bar{x} - \bar{y}}{\sqrt{\dfrac{s^2}{n_1} + \dfrac{s^2}{n_2}}} = \frac{3{,}93 - 3{,}53}{\sqrt{\dfrac{0{,}11}{10} + \dfrac{0{,}11}{8}}} = 2{,}54$$

Al nivel del 5%, se puede concluir que hay diferencias en el rendimiento.

B) Ahora, cuando las dos varianzas muestrales se dan ya calculadas, estas supuestamente estan corregidas, es decir, fueron obtenidas aplicando las siguientes fórmulas: